

Schubnikow-de Haas-Effekt und Bandstruktur-Untersuchungen an Wismut-Antimon-Legierungen*

DETLEF SCHNEIDER

Institut für Technische Physik der Technischen Universität Braunschweig

(Z. Naturforsch. 27 a, 250–270 [1972]; eingegangen am 3. November 1971)

*Shubnikov-de Haas-Effect and Band Structure Investigations in Bismuth-Antimony Alloys **

Magnetoresistance, Hall effect, and susceptibility have been investigated in Te-doped $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ single crystals. The experimental results establish the occurrence of both longitudinal and transversal SdH-oscillations over a wide temperature range up to $T = 77\text{ }^\circ\text{K}$. Dingle-temperatures, cyclotron masses, spin splitting, and the effective mass tensor of the electrons at the Fermi level and the band edge were calculated from the temperature and angular dependence of the SdH-oscillations. The results are discussed in respect of various models of the electron band structure. The behaviour of the small Fermi surface cross sections is in agreement with the ENP-model, however in the long direction of the quasi ellipsoids a slight variation of the effective mass must be assumed.

1. Einleitung

Nachdem in früheren Jahren Bi – Sb-Legierungen vielfach im Hinblick auf Anwendungen ihrer 1962 entdeckten hohen thermoelektrischen Effektivitäten¹ untersucht wurden, hat sich später gezeigt, daß dieses Legierungssystem auch zum Studium weiterer grundsätzlich interessanter Festkörpereigenschaften besonders geeignet ist. So war es z. B. erstmals möglich, Umwandlungen zwischen halbleitendem und halbmetallischem Leitungstyp in hohen Magnetfeldern durch Erzeugung oder Aufhebung einer Bandüberlappung zu erzwingen², und über einen weiten Temperaturbereich, nämlich für $T \leq 77\text{ }^\circ\text{K}$, konnte der bis dahin ausschließlich als Tiefsttemperatur-Phänomen bekannte Schubnikow-de Haas-(SdH)-Effekt in der longitudinalen magnetischen Widerstandsänderung beobachtet werden³.

Ursache dafür sind u. a. ungewöhnlich kleine effektive Massen der Leitungselektronen (10^{-4} bis $10^{-3} m_0$) und sehr kleine Bandabstände (1 bis 10 meV), die in Bi – Sb-Legierungen bei geeigneter Zusammensetzung und Dotierung auftreten. Ein volles Verständnis der erwähnten Phänomene erfordert

jedoch eine genaue Kenntnis der Energiebandstruktur, die bisher nur unvollständig vorhanden ist^{4–6}.

Im folgenden werden frühere Untersuchungen³ fortgesetzt. Nach einer Behandlung der im weiteren benutzten Bändermodelle für Bi – Sb-Legierungen (Kap. 2) und theoretischen Beziehungen für die SdH-Oszillationen (Kap. 3) werden die Versuchs-anordnung und die experimentellen Verfahren zur Untersuchung von Bi – Sb-Einkristallen bei tiefen Temperaturen und in hohen gepulsten Magnetfeldern beschrieben (Kap. 4). Anschließend werden die Meßergebnisse und Folgerungen dargelegt. Zunächst werden SdH-Oszillationen auch im transversalen Magnetwiderstand bei $T = 77\text{ }^\circ\text{K}$ nachgewiesen (5.2.). Aus Temperatur- (5.3.) und Winkelabhängigkeit des SdH-Effekts werden der Tensor der effektiven Masse und die relative Lage der Fermi-Fläche bestimmt (5.4.). Durch Vergleich mit galvanomagnetisch gewonnenen Meßergebnissen (5.1.) ist es möglich, die in Frage stehenden Bändermodelle zu überprüfen (5.5.). Ein Vergleich der für SdH- und Magneto-Phonon-Oszillationen notwendigen Bedingungen zur Bestätigung des SdH-Typs der Widerstandsoszillationen (5.6.) wird durch Suszeptibilitätsmessungen ergänzt (5.7.). Schließlich werden die physikalischen Bedingungen diskutiert, die das Auftreten von SdH-Oszillationen bis ins Temperaturgebiet des flüssigen Stickstoffs ermöglichen (5.8.).

2. Bändermodelle

Bi – Sb-Legierungen bilden Substitutionsmischkristalle und kristallisieren in der gleichen rhombo-

Sonderdruckanforderungen an Dr. rer. nat. DETLEF SCHNEIDER, Institut für Techn. Physik der Techn. Universität Braunschweig, D-3300 Braunschweig, Mendelssohnstr. 1 B.

* Teile dieser Untersuchungen wurden unter dem Titel „Nichtparabolizität des Leitungsbandes in Bi – Sb-Legierungen“ auf der Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Fachausschuß Halbleiter, am 25. 3. 1971 in Münster vorgetragen und unter dem Titel „High magnetic pulse fields investigations of magnetoresistance oscillations in the temperature range between $T = 2\text{ }^\circ\text{K}$ and $T = 77\text{ }^\circ\text{K}$ “ auf der internationalen Konferenz „High Magnetic Fields and their Applications“ am 18. 9. 1969 in Nottingham, England.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

edrischen Kristallstruktur (A7, Bi-Typ; Raumgruppe $D_{\text{3d}}^5 \cdot R\bar{3}m$) wie die Elemente Bi und Sb. Die allein aus der Gittergeometrie folgenden Eigenschaften, wie die Gestalt der Einheitszelle^{7, 8}, die Form der galvanomagnetischen Tensorbeziehungen^{9, 10} und die Symmetrieelemente der Brillouin-Zone^{11, 12}, stimmen deshalb bei diesen Kristallen überein und sind den zitierten Arbeiten über Bi und Sb sowie Überblicksartikeln^{13, 14} zu entnehmen.

Zur experimentellen Untersuchung der Bandstruktur der hier betrachteten Bi-reichen Legierungen wird von den Modellvorstellungen für reines Bi ausgegangen. Abbildung 1 zeigt die Fermi-Fläche der Ladungsträger für Bi, wie sie sich aus Literaturangaben^{15, 16} konstruieren lässt.

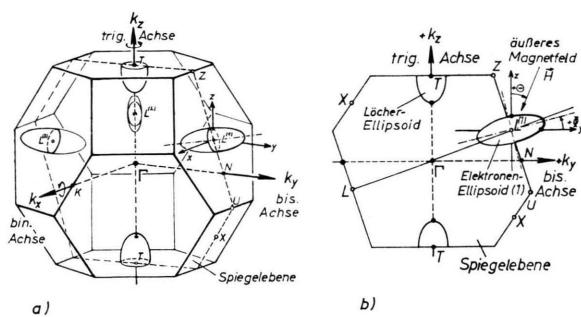


Abb. 1. a) Erste Brillouin-Zone des Bi-Gittertyps (A 7) und Modell der Fermi-Flächen für das Valenzband T_v und das Leitungsband L_c [Ellipsoide (1), (2) und (3)] in Bi und Bi-reichen Bi-Sb-Legierungen. Die Achsenverhältnisse der Ellipsoide sind wegen der großen Entartung nicht maßstäblich dargestellt (s. Text). b) Lage der Fermi-Flächen in einer der drei Spiegelebenen der Brillouin-Zone.

Die Fermi-Fläche der Elektronen besteht in erster Näherung aus einem Satz von drei geometrisch und in bezug auf die Kristallsymmetrie äquivalenten, hoch entarteten Ellipsoiden mit den Zentren in drei Punkten L der ersten Brillouin-Zone¹¹. (Betrachtet man nur den Wellenzahlraum innerhalb der ersten Zone, so sind es 6 Halbellipsoide.) Die Achsenverhältnisse der Ellipsoide sind nicht maßstäblich dargestellt. Sie verhalten sich wie die effektiven Massen, die für Bi im Hauptachsensystem (x' , y' , z') folgende Werte haben¹⁷:

$$\begin{aligned} m'_{11} &= 7,1 \cdot 10^{-3} m_0, \\ m'_{22} &= 1,7 m_0, \\ m'_{33} &= 1,2 \cdot 10^{-2} m_0. \end{aligned}$$

Das Hauptachsensystem jedes Ellipsoids ist gegenüber dem Kristallachsensystem um die binäre Achse um den kleinen Winkel Φ gedreht. Für $\text{Bi}_{100-x}\text{Sb}_x$

zwischen $x = 0$ und $x = 12$ Atom-Proz. Sb¹⁸ liegen einige Meßwerte vor, die um $\Phi = 6^\circ$ streuen^{12, 19, 20}, für reines Sb ist $\Phi = -2^\circ$ ¹².

Das Valenzband in Bi wird durch zwei um die trigonale Achse rotationssymmetrische Halbellipsoide mit den Zentren in T beschrieben. Etwa $E_g = 15$ meV unterhalb des oben beschriebenen Leitungsbandes L_c liegt ein weiteres Valenzband L_v mit ähnlicher Lage und Geometrie wie jenes, jedoch mit einer geringeren Elongation.

Der Leitungstyp von Bi-Sb-Legierungen wird durch folgenden Vorgang bestimmt^{6, 21-25}: Die den halbmetallischen Charakter von Bi erzeugende Bandüberlappung ($E_0 = 37$ meV) zwischen den Bändern L_c und T_v nimmt mit zunehmendem Sb-Gehalt ab, ebenso wie die Bandlücke E_g zwischen L_v und L_c . Die Bänder L_v und L_c überkreuzen bei $4 \leq x \leq 7$ Atom-Proz. Sb-Gehalt und vertauschen ihre Rolle als Leitungs- und Valenzband. Bei einer Sb-Konzentration im Bereich von $5 \leq x \leq 8$ Atom-Proz. Sb-Gehalt verschwindet die Bandüberlappung und eine thermische Energielücke E_t erscheint bis zu etwa $x = 40$ Atom-Proz. Sb. Bi-Sb-Legierungen dieser Zusammensetzung sind halbleitend. Zur quantitativen Abhängigkeit der Bandkanten T_v und L_v vom Sb-Gehalt in bezug auf L_c liegen einige widersprüchliche Meßergebnisse vor, die BRANDT und SVISTOVA diskutieren⁶. In erster Näherung verschieben sie sich linear mit x ²³⁻²⁵.

Für die Energiedispersion des hier interessierenden L_c -Bandes sind mehrere Modelle vorgeschlagen worden. Ausgang ist das elliptisch parabolische (EP) Modell von SHOENBERG²⁶. Führt man den Quasiimpuls $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$ der Elektronen ein (\mathbf{k} = Wellenzahlvektor) und geht ins Hauptachsensystem \mathbf{p}' eines im weiteren als repräsentativ angesehenen Ellipsoids über, so lautet dessen Gleichung:

$$\frac{p'_1{}^2}{2 m'_{11}} + \frac{p'_2{}^2}{2 m'_{22}} + \frac{p'_3{}^2}{2 m'_{33}} = E \quad (\text{EP-Modell}). \quad (1)$$

LAX²⁷ berücksichtigt den Einfluß des Nachbarbandes L_v im Abstand E_g durch eine Nichtparabolizität gleichmäßig für alle Richtungen:

$$\frac{p'_1{}^2}{2 m'_{11}} + \frac{p'_2{}^2}{2 m'_{22}} + \frac{p'_3{}^2}{2 m'_{33}} = E \left(1 + \frac{E}{E_g} \right) \quad (\text{ENP-Modell}). \quad (2)$$

COHEN¹¹ geht davon aus, daß die Dispersion in Richtung y parabolisch bleiben sollte, da dort für Bi ungefähr $m'_{22} = m_0$ gemessen wurde (s. oben).

Die von ihm berechneten Flächen konstanter Energie

$$\frac{p'_1^2}{2 m'_{11}} + \frac{p'_2^2}{2 m'_{22}} + \frac{p'_3^2}{2 m'_{33}} = E \left(1 + \frac{E}{E_g} \right) - \frac{1}{E_g} \left[\frac{p'_2^2}{2 m'_{22}} \right]^2 \quad (NENP\text{-Modell}) \quad (3)$$

sind im Gegensatz zum EP- und ENP-Modell nicht mehr Ellipsoide. Die Bedeutung des Zusatzgliedes in Gl. (3) kann man erkennen, wenn man $p'_1 = p'_3 = 0$ setzt. Dann gilt für E in Richtung y' weiterhin eine parabolische Beziehung $E = p'_2^2/2 m'_{22}$. Die Massen sind hier wie in Gl. (2) effektive Massen am Bandminimum.

ANTCLIFFE²⁸ führt für Bi₈₈Sb₁₂ weitere Parameter ein, die einen Beitrag der unterschiedlichen Asymmetrie der Valenz- und Leitungsbandellipsoide erfassen sollen, worauf jedoch hier nicht weiter eingegangen wird.

In Bi kann die Nichtparabolizität des Leitungsbandes als gesichert angesehen werden²⁹. Es wird noch diskutiert, welches der Modelle – ENP oder NENP – zu bevorzugen ist^{4, 30}. Zyklotronresonanzmessungen zeigen Übereinstimmung mit dem NENP-Modell³¹, SdH-Messungen stimmen mit dem ENP-Modell³² überein. Tatsächlich sind die Unterschiede in Richtungen senkrecht zur y' -Richtung klein³³, und die Entscheidung stößt wegen der großen effektiven Masse m'_{22} auf experimentelle Schwierigkeiten. Für Bi – Sb-Legierungen werden bis jetzt bei der Interpretation von Meßergebnissen sowohl das ENP-Modell (z. B. ^{23, 24, 34, 35}) als auch das NENP-Modell (z. B. ^{29, 36, 37}) benutzt; das letztere bisher im Bereich geringer Sb-Konzentration bis 4 Atom-Prozent.

Wie aus den Gln. (2) und (3) folgt, macht sich eine Zweibandwechselwirkung in einem Faktor $(1+E/E_g)$ bemerkbar, der auch in die effektiven Massen eingeht. Die Wechselwirkung sollte deshalb für den Grenzfall $E_g \rightarrow 0$ maximal sein, der für Bi_{100-x}Sb_x-Legierungen in der Nähe von $x = 5$ Atom-Proz. zu erwarten ist. Zur Diskussion der Nichtparabolizität wurde deshalb das Leitfähigkeits-Ellipsoid L_c an hochdotierten Bi_{94,8}Sb_{5,2}-Legierungen mit Hilfe des SdH-Effekts vermessen und die Resultate zu optischen Meßergebnissen von Tichovolsky und Mavroides an der Bandkante in Beziehung gesetzt.

3. Schubnikow-de Haas-Effekt

Als SdH-Effekt bezeichnet man Oszillationen des elektrischen Widerstandes in Abhängigkeit von der Stärke eines angelegten Magnetfeldes, die auf Grund

von Zustandsdichteänderungen statistisch entarteter Ladungsträger auftreten. Sie sind ein Analogon zu den als de Haas-van Alphen (dHvA)-Effekt bekannten Oszillationen in der magnetischen Suszeptibilität. Ursache des SdH-Effekts ist eine magnetfeldabhängige Kondensation der erlaubten Energiezustände der Kristallelektronen auf diskreten Energieniveaus, den sogenannten Landau-Niveaus. Eine theoretische Behandlung dieser Magneto-Widerstandsoszillationen wird durch die erforderliche Berücksichtigung der Streuung der Ladungsträger außerordentlich erschwert und wurde bis jetzt nur unter vereinfachten Annahmen durchgeführt (siehe Übersichtsartikel^{38–41}). Eine allgemeine Theorie des SdH-Effekts, die sowohl Nichtparabolizität als auch Anisotropie der Fermi-Fläche unter Berücksichtigung der verschiedenen Streumechanismen einschließt, steht noch aus.

Hier wird zunächst von Beziehungen für den SdH-Effekt ausgegangen, die unter der Annahme eines parabolischen Bandes mit effektiver Masse sowie isotroper und elastischer Streuung mit dem Formalismus der Dichtematrix abgeleitet wurden⁴¹. Unter Berücksichtigung einer etwaigen Spinaufspaltung sowie für $E_F \gg \hbar \omega_c$ und beliebige $k T / \hbar \omega_c$ ist der spezifische Widerstand im longitudinalen Fall, in dem also Magnetfeld und elektrischer Strom parallel sind:

$$\varrho_{\parallel} \cong \varrho_0 \left[1 + \sum_{r=1}^{\infty} b_r \cos \left(\frac{2 \pi E_F}{\hbar \omega_c} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (4)$$

und im transversalen Fall:

$$\varrho_{\perp} \cong \varrho_0 \left[1 + \frac{5}{2} \sum_{r=1}^{\infty} b_r \cos \left(\frac{2 \pi E_F}{\hbar \omega_c} - \frac{\pi}{4} \right) + R(E_F, g, T, T_D, \omega_c) \right] \quad (5)$$

mit den Fourier-Koeffizienten

$$b_r = \frac{(-1)^r}{r^{1/2}} \left\{ \frac{\hbar \omega_c}{2 E_F} \right\}^{1/2} \left[\frac{r T \alpha(\omega_c)}{\sinh r T \alpha(\omega_c)} \right] \exp \left\{ -r T_D \alpha(\omega_c) \right\} \cos \left(\frac{\pi r g m_c}{2 m_0} \right) \quad (6)$$

$$\text{und } \alpha(\omega_c) = 2 \pi^2 k / \hbar \omega_c = 2 \pi^2 k m_c / e \hbar B \quad (7)$$

(E_F = Fermi-Energie; $\omega_c = e B / m_c$ = Zyklotronfrequenz; m_c = Zyklotronmasse am extremalen Querschnitt des Fermi-Körpers; B = magnetische Induktion; T = Temperatur; T_D = Dingle-Temperatur; die übrigen Konstanten haben die übliche Bedeutung).

Das erste Glied in (4) und (5) ist jeweils der spezifische Widerstand ohne Magnetfeld $\varrho_0 = \varrho(B=0)$.

Der zweite Term kommt durch die Übergänge der Ladungsträger zwischen verschiedenen Landau-Niveaus zustande, und R stellt den Beitrag der Übergänge innerhalb eines Niveaus dar. R wird hier nicht explizit angegeben⁴², da es für den hier auftretenden Wertebereich vernachlässigt werden kann⁵ (insbesondere wegen der hohen Dingle-Temperaturen).

Damit ergibt sich für die Periodenlänge P der SdH-Oszillationen, gemessen in

$$P \equiv A \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{1}{B_n} - \frac{1}{B_{n+1}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

(n ist die Quantenzahl des beobachteten Landau-Niveaus) für die longitudinale und die transversale magnetische Widerstandsänderung die gleiche Abhängigkeit

$$P = \frac{e \hbar}{m_c E_F} = \frac{2 \pi e}{\hbar A_{\text{extr}}} \quad (9)$$

wie sie beim dHvA-Effekt bei beliebiger Energiedispersion $E(\mathbf{k})$ gilt⁴³ (A_{extr} ist ein extremaler Querschnitt des Fermi-Körpers senkrecht zum Magnetfeld). Es erscheint deshalb gerechtfertigt, die SdH-Oszillationen mit Hilfe dieser Beziehung (9) auch zur Ausmessung des betrachteten nichtisotropen Fermi-Körpers zu verwenden.

Weitere Abschätzungen ergeben⁵, daß für den hier in Frage kommenden Parameterbereich die Fourier-Reihe (4) konvergiert und das Glied $r=1$ dominiert. So gilt z. B. für $m_c = 0,022 m_0$, $T_D = 37^\circ\text{K}$, $B \leq 10 \text{ kG}$ und $T \geq 10^\circ\text{K}$

$$|b_r/b_1| < 0,01 \cdot 10^{3-r} \quad (r = 3, 4, \dots). \quad (10)$$

Die Amplitude A der SdH-Oszillationen wird (ohne Berücksichtigung einer Spinaufspaltung) in erster Näherung durch folgende Proportionalität bestimmt:

$$A \sim \left\{ \frac{\omega_c}{E_F} \right\}^{1/2} \left[\frac{T \alpha(\omega_c)}{\sinh T \alpha(\omega_c)} \right] \exp\{-T_D \alpha(\omega_c)\}. \quad (11)$$

Die erste Klammer zeigt den bekannten Einfluß der Zyklotronfrequenz. Die zweite Klammer enthält die temperaturabhängige Dämpfung. Es gilt

$$\lim_{T \rightarrow 0} T \alpha / \sinh \alpha T = 1 \quad (12)$$

und die Näherung

$$T \alpha / \sinh \alpha T \approx 2 T \alpha \exp\{-T \alpha\} \quad \text{für } T \alpha \geq 3 \quad (13)$$

mit einem Fehler kleiner als 0,3%. Die dritte Klammer erfaßt den Einfluß der statistisch verteilten Gitterstörungen auf die Verweilzeit jedes Elektrons in

seinem Zustand durch die sogenannte Dingle-Temperatur⁴⁴. BRAILSFORD hat die Betrachtungen von DINGLE auf beliebige Fermi-Flächen erweitert⁴⁵ und gezeigt, daß der Dingle-Parameter τ_D

$$\tau_D = \hbar / \pi k T_D = 2 \tau \quad (14)$$

ist, wobei τ die Lebensdauer eines Zustands darstellt. Faßt man die beiden letzten Klammerausdrücke in (11) unter Verwendung von (13) zusammen,

$$[T \alpha / \sinh T \alpha] \exp\{-T_D \alpha\} \approx 2 T \alpha \exp\{-(T + T_D) \alpha\}, \quad (15)$$

so ergibt sich, daß die Streuung an den Gitterstörungen durch eine scheinbare Erhöhung der tatsächlich vorhandenen Temperatur T um die Dingle-Temperatur T_D erfaßt wird.

4. Experimentelle Verfahren

4.1. Probenzusammensetzung und -Präparation

Nach einer größeren Zahl von Testmessungen an zonengeschmolzenen und nach dem Bridgman-Verfahren hergestellten Kristallen erwies sich ein Bridgman-Einkristall⁴⁶ in Bezug auf seine kristalline Homogenität als besonders geeignet. Die zu seiner Herstellung verwandten Ausgangsmaterialien Bi und Sb hatten eine Reinheit von 99,999% und das zur Dotierung benutzte Tellur eine solche von 99,999% (Lieferfirma: Koch und Ligh t, England).

Der Einkristall war etwa in Richtung der biselektrischen Achse gewachsen, besaß einen maximalen Durchmesser von 11 mm und eine Länge von 60 mm. Die trigonale Ebene und die binäre Achse konnten durch Spalten leicht ermittelt werden. Ätzen mit verdünnter Salpetersäure bestätigte die binäre Achse¹².

Die Proben entstammen zwei Schichten senkrecht zur Wachstumsrichtung innerhalb einer Scheibe von etwa 5 mm Höhe aus dem mittleren Bereich der oberen

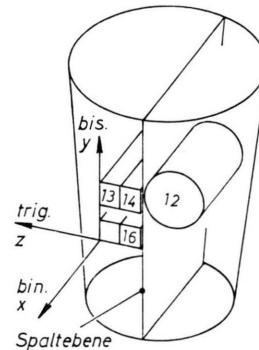


Abb. 2. Teilstück des Bi-Sb-Einkristalls und relative Lage der entnommenen SdH-Proben 113, 114, 116 und einer dHvA-Probe d 12.

Hälften des Kristalls (s. Abb. 2). Aus schichtweiser Untersuchung ähnlicher Einkristalle geht hervor, daß in Wachstumsrichtung die Bi-Sb-Zusammensetzung in einer solchen mittleren Schicht makroskopisch homogen ist⁴⁷. Mikroskopische Schwankungen durch Dendritenbildung sind über Bereiche von nur 10–20 μ zu erwarten. Nach Durchführung der SdH-Messungen wurde die Probe 114 chemisch analysiert, in deren naher Umgebung alle anderen Proben liegen⁴⁸. Das Verfahren bestand in einer Titration mit Kaliumpermanganat und ergab

$$x = 4,80 \pm 0,05 \text{ Atom-Proz. Sb}.$$

In den Grenzen dieser Meßgenauigkeit liegt demnach auch die chemische Zusammensetzung aller anderen Proben. Zur Abkürzung wird im folgenden $x = 5$ Atom-Proz. Sb geschrieben.

Aus den Hall-Messungen sowie den SdH- und dHvA-Perioden ergibt sich, daß die durch die Tellurdotierung von 0,05 Atom-Proz. Te, bezogen auf 100 Atom-Proz. Bi₉₅Sb₅, erzeugte Ladungsträgerkonzentration in den Proben einer Schicht senkrecht zur Wachstumsrichtung (Proben 113, 114 und d 12, s. Abb. 2) gleich groß, in einer parallel dazu liegenden (Probe 116) jedoch um 15% höher ist. Als Ursache wird eine Sedimentation der Tellur-Atome während des Kristallwachstums angenommen.

Die Flächen der Proben, die nicht parallel zur Spalt ebene (111) liegen, wurden durch eine Funkenerosionsmaschine geschnitten und die Ebenen anschließend plan geschliffen. Danach erfolgte eine chemische Politur durch Ätzen mit verdünnter Salpetersäure. Die quaderförmigen SdH-Proben hatten Abmessungen von ungefähr 1 × 1 × 7 mm³, die zylindrische dHvA-Probe d 12 war etwa 8 mm lang mit einem Durchmesser von 3 mm.

Die SdH-Proben wurden mit Platindrähten (Stromzuführungen $\varnothing = 0,15$ mm, Potentialabgriffe $\varnothing = 0,1$ mm, Abstand etwa 2,5 mm) durch Funkenentladung kontaktiert. Es wurde darauf geachtet, daß das Probenmaterial seitlich der Potentialdrähte innerhalb eines Durchmessers von nicht mehr als 0,15 mm aufschmolz. Alle benötigten geometrischen Größen wurden unter einem Mikroskop vermessen.

Die präparierten SdH-Proben wurden so auf einer Trovidur-Halterung befestigt, daß eine Probenebene genau auf der Ebene auflag, die als Bezugsebene zur Justierung im Kryostaten diente. Die Zuleitungen wurden sorgfältig mit UHU-plus vergossen, um Bewegungen zu verhindern.

4.2. Versuchsanordnung und -Ablauf

Die Versuchsanordnung ist eine Weiterentwicklung einer von AUCH und JUSTI^{49, 50} benutzten Anlage, insbesondere im Hinblick auf höhere Magnetfeldstärken,

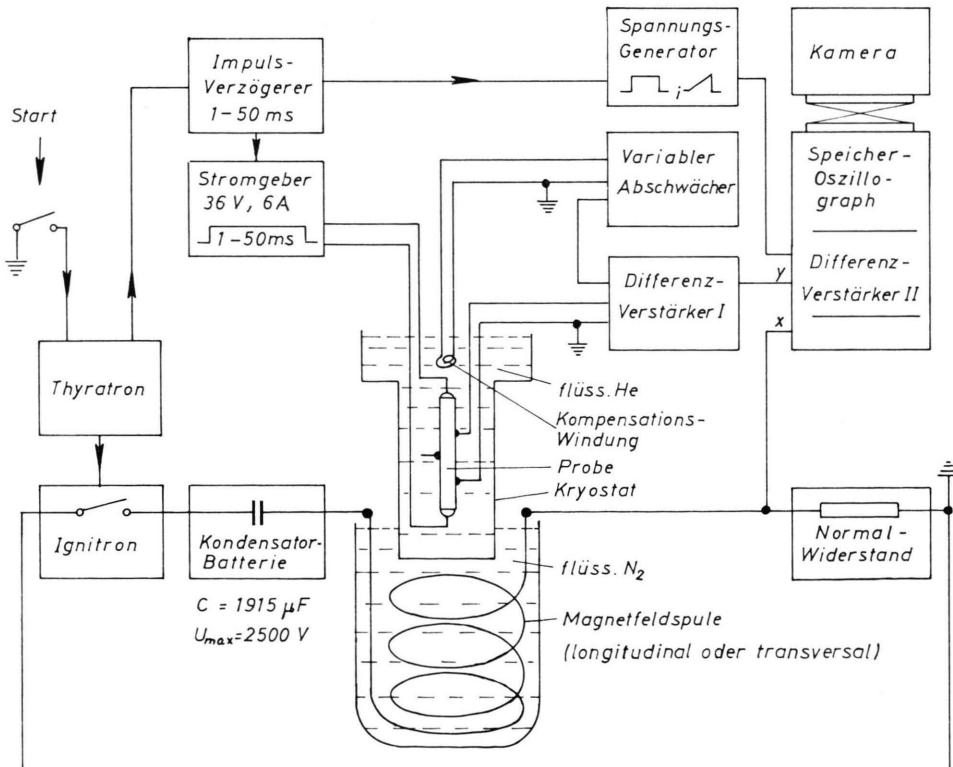


Abb. 3. Blockdiagramm der Anordnung zur Erzeugung hoher gepulster Magnetfelder und zur Messung des SdH-Effektes.
Der Finger des He-Kryostaten mit der Probe ist hier nur der Übersichtlichkeit wegen außerhalb der Spule gezeichnet (vgl. Abb. 4).

variable Magnetfeldrichtung und höhere Empfindlichkeit⁵. Abbildung 3 zeigt ein Blockdiagramm der Anordnung.

Im unteren Schaltkreis wird mit Hilfe eines Thytrans und eines Ignitrons eine Kondensatorbatterie über eine mit flüssigem Stickstoff gekühlte Magnetfeldspule entladen, wobei sich in dieser ein magnetisches Feld aufbaut⁵¹. Nach der ersten Halbschwingung wird der Entladestrom unterbrochen. Es wurden mit Glasfaser ummantelte zylindrische Kupferdraht-Spulen mit gleichem Innendurchmesser (12,5 mm) und gleicher Länge (70 mm) benutzt, in denen Werte der magnetischen Induktion B zwischen maximal $B_{\max} = 100$ kG und $B_{\max} = 210$ kG mit Anstiegszeiten bis zum Feldmaximum zwischen 27 ms und 4,3 ms erzeugt werden können. Eine weitere, geteilte Spule ($B_{\max} = 110$ kG nach 4,7 ms) mit radialem Zugang ($\phi = 15$ mm) ermöglicht auf einfache Weise, die Lage einer Probe relativ zum Feld zu verändern (s. Abb. 4). Sie wurde zur Messung von Winkelabhängigkeiten benutzt.

Die Messung des Widerstandes im Magnetfeld und des Hall-Effektes erfolgte mit dem im oberen Teil von Abb. 3 dargestellten Schaltkreis. Gleichzeitig mit der Auslösung der Kondensatorenentladung wird ein Verzögerer angestoßen, der im Magnetfeldmaximum den Probenstrom auslöst. Die an der Probe während des Magnetfeldpulses gemessene Spannung ist von Störspannungen überlagert, die in der Probe und den Zuleitungsdrähten induziert werden. Die Kompensation dieser Störspannungen, die ein Hauptproblem der gesamten Messung darstellt, erfolgt durch Subtraktion einer Spannung mittels eines Differenzverstärkers (I). Diese Kompensationsspannung wird in der Nähe der Probe durch eine Windung aufgenommen und geeignet abgeschwächt. Soll der nichtmonotone Anteil des Widerstandes oder der Hall-Spannung besonders verstärkt werden, so kann der monotone Anteil reduziert werden, indem über einen weiteren Differenzverstärker (II) eine Rechteckspannung oder eine linear mit der magnetischen Induktion B wachsende Spannung subtrahiert wird. Das Ergebnis erscheint als Ordinante y auf einem Speicheroszillosgraphen (Tektronix 564, $x-y$ Betrieb mit zwei gleichen Einschüben 3A7), die Abszisse ist direkt proportional der magnetischen Induktion B .

Die Justierung der Proben im transversalen Magnetfeld sowie eine Vorkompensation der Störspannungen erfolgte mit Hilfe eines in der Magnetfeldspule erzeugten Wechselfeldes und einer in der gleichen Ebene wie eine Probenfläche angebrachten Windung (s. Abb. 4). Durch Beobachtung des Nulldurchgangs der in dieser Windung induzierten Spannung bei der Drehung der Probenhalterung um die Kryostatenachse ist eine Justierung parallel zum Magnetfeld mit einer Genauigkeit von $\pm 0,25^\circ$ möglich. Die Güte der Kompensation der Störspannungen kan bei jeder Messung durch die während des Magnetfeldanstiegs ohne Strombelastung der Probe („Nulleffekt“) registrierte Differenzspannung y kontrolliert werden.

Mit der gesamten Anordnung wurden im Impulsbetrieb zwischen 5 und 30 ms, bei Probenströmen bis zu 6 A und Magnetfeldstärken bis 210 kOe, Spannun-

gen an Proben mit einer Empfindlichkeit bis $120 \mu\text{V}$ pro cm gemessen.

Die Probe befindet sich während der Messung im Finger (Außendurchmesser 12 mm, Innendurchmesser 9,7 mm) eines Ganzmetall-Kryostaten, der in eine transversale oder longitudinale Magnetspule ragt und von flüssigem Stickstoff umgeben ist. Der Kryostat und die drehbare Probenhalterung wurden speziell im Hinblick auf eine Verringerung des – hauptsächlich durch Erschütterungen während des Magnetfeldpulses verursachten – nichtkompenzierbaren Störspannungspegels konstruiert⁵. Sein Aufbau geht aus der halbschematischen Abb. 4 hervor. Die wesentlichen Konstruktionsmerkmale werden im folgenden kurz beschrieben:

Der Innenfinger des Kryostaten ist an beiden Enden über dünne Rohre aus Contrazid ($\phi = 3$ mm) mit dem Außenfinger fest verbunden („Justierung“ und „Zentrierung“). Die Probenhalterung besteht aus einer starren, kegelsitzgeführten Stange, die von oben auf den Sitz am Innenfinger gedrückt wird. Der Kegel (Hartgewebe) besitzt eine zentrale Bohrung und drei auf dem Umfang verteilte Nuten, um den Eintritt des Kühlmittels (z. B. flüssiges He) in den Finger zu gewährleisten. Die Zuleitungsdrähte sind fest in Nuten eingekittet, die auf der Stange (Mittelteil: Hartpierrohr) bis zu den vakuumdichten Durchführungen nach oben führen. Die Probenhalterung kann von oben um die Kryostatenachse gedreht werden. Dadurch entfällt die Notwendigkeit, die transversale Magnetspule drehbar am Kryostaten zu befestigen, mechanische Getriebe mit dem unvermeidbaren toten Gang zu verwenden und flexible Kabel zu benutzen. Das gewährleistet u. a. die Reproduzierbarkeit sowohl der Winkelstellung als auch der Störspannungskompensation an jeweils einer Probe.

Im Temperaturgebiet unterhalb $4,2^\circ\text{K}$ und von $T = 55^\circ\text{K}$ bis $T = 77^\circ\text{K}$ wird mit festem oder flüssigem Helium bzw. Stickstoff im Probenraum gearbeitet. Eine Helium-Füllung (700 cm^3) reicht für 180 min Meßzeit. Die Probenhalterung kann auch nach Einfüllen von flüssigem Helium gewechselt werden. Bei ausreichender Evakuierung des Vakuummantels erwärmt sich der Probenraum nach Verdampfen des flüssigen Heliums nur langsam, so daß auch im Zwischengebiet von $T = 4,2^\circ\text{K}$ bis $T = 55^\circ\text{K}$ gemessen werden kann.

Die Temperaturbestimmung erfolgte auf übliche Weise mit einem kalibrierten ($\Delta T = \pm 0,5\%$) Kohlewiderstand der Fa. Allen Bradley, dessen Widerstand bei geringer Belastung ($< 10^{-7}$ Watt) registriert wurde. Das Kohlewiderstandsthermometer war möglichst nahe an der Probe in der gleichen Art wie die Probe selbst befestigt.

Die Magnetrupsanlage, der Kryostat und die Stange zur Probenhalterung wurden zusätzlich zur Messung des dHvA-Effekts bei $T = 4,2^\circ\text{K}$ benutzt. Die Methode zum Nachweis der dHvA-Oszillationen bestand in der Messung der Differenz zweier Induktionsspannungen während der Feldänderung. Diese Signale stammen von zwei möglichst identisch gleichen Induktionsspulen (je 2100 Windungen Lackdraht ISA 13 mit 0,05 mm

Durchmesser; Innendurchmesser 3,2 mm, Länge 7 mm), von denen eine die Probe umschließt und die sich beide in geometrisch gleichwertigen Positionen im Magnetfeld befinden. Die Differenzspannung, die kapazitätsarm über eine Wheatstonesche Brücke gemessen wird, enthält einen Anteil dM_{osc}/dB , der von der Probe stammt. Mit M_{osc} wird der oszillatorische Anteil der Magnetisierung M bezeichnet.

Bei Halbmetallen und Halbleitern mit im allgemeinen um Größenordnungen kleineren Ladungsträgerkonzentrationen als bei Metallen stößt dieses

Verfahren auf größere experimentelle Schwierigkeiten. Kleinere Fermi-Körper führen zu kleineren dHvA-Amplituden sowie größeren Periodenlängen, wodurch das Signal dM_{osc}/dB reduziert wird und nur sehr schwer von dem nichtkompensationierbaren Störspannungspegel zu trennen ist⁵. Der Abgleich der bei der Magnetfeldänderung in beiden Spulen induzierten Spannungen von bis zu $U = 500$ Volt mußte aus diesem Grunde so genau erfolgen, daß ein Störspannungspegel von höchstens $\Delta U = 0,1$ mV

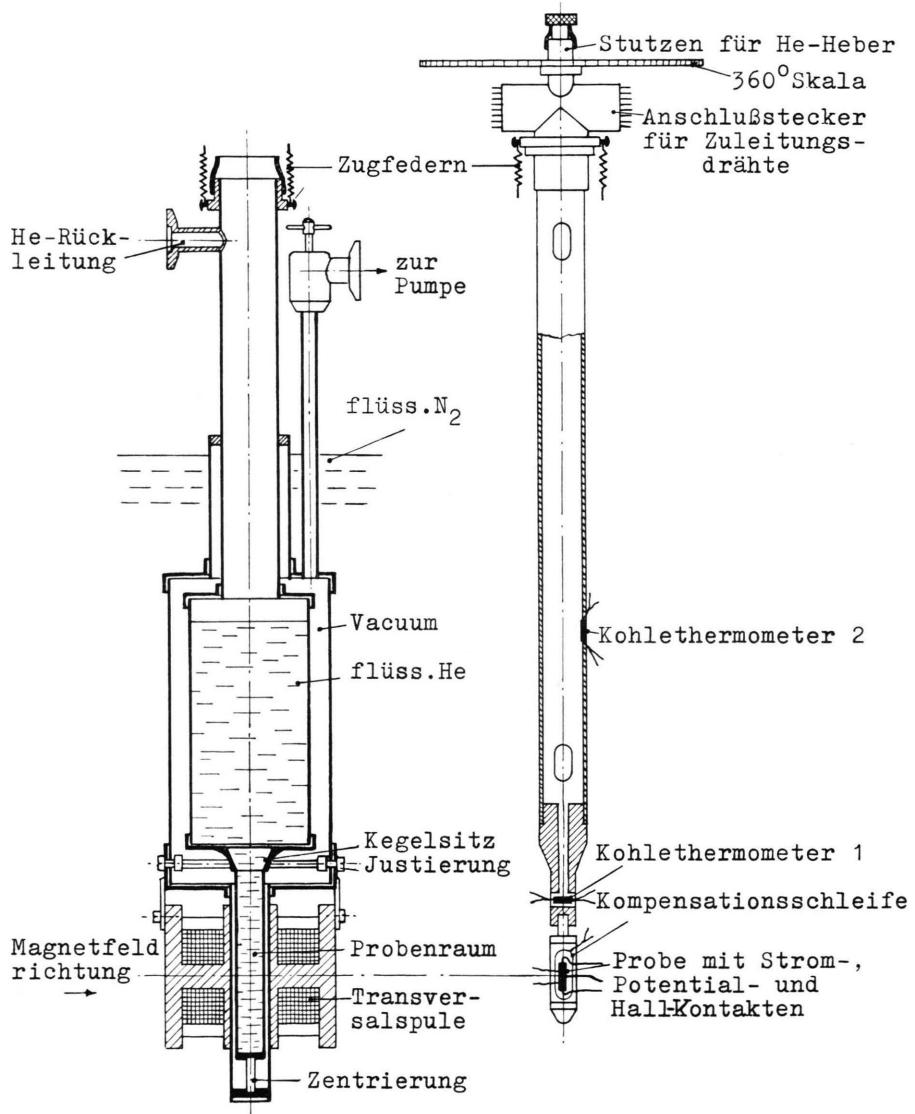


Abb. 4. Kryostat mit Magnetspule (links) und drehbare Probenhalterung (rechts) in halbschematischer Darstellung. Die Abmessungen in Längsrichtung sind gegenüber den Querschnitten senkrecht zur Kryostatenachse um den Faktor 2 gestaucht. Der Kryostatenfinger (Innen- ϕ : 9,7 mm; Außen- ϕ : 12 mm) ist außerdem gegenüber den übrigen Querschnitten um etwa den Faktor 1,5 gedehnt.

übrig blieb, d. h. daß

$$\Delta U/U \leq 10^{-6}$$

war. Das Meßsignal wurde hinter der Brücke über einen Impedanzwandler auf einen Speicheroszillographen (Tektronix 564 A, Betrieb mit 2 Einschüssen 3A7) gegeben und dort in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke aufgezeichnet. Es ist in guter Näherung proportional zu

$$\frac{dM}{dB_i} \frac{dB_a}{dt},$$

wobei B_i und B_a die magnetische Induktion innerhalb bzw. außerhalb der Probe bezeichnen. Eine ausführliche Darstellung der Problematik solcher dHvA-Messungen geben SHOENBERG^{26b} und BLIEK⁵², dessen Dimensionierung im wesentlichen übernommen wurde.

5. Ergebnisse

5.1. Widerstand, Hall-Konstanten und Beweglichkeiten

An den Proben 113, 114 und 116 wurden der spezifische Widerstand ϱ und die Hall-Konstanten R bei $T = 4,2^\circ\text{K}$ und $T = 77^\circ\text{K}$ gemessen. An den Proben 113 und 114 waren die Hall-Kontakte unterschiedlich angebracht worden, um jeweils eine andere der beiden voneinander unabhängigen Hall-Konstanten R_s und R_p bestimmen zu können (s und p bezeichnen die Stellung des Magnetfeldes senkrecht bzw. parallel zur trigonalen Achse). Abbildung 5 und Tab. 1 enthalten die Ergebnisse.

Dabei wurde von folgender Beziehung zwischen der Stromdichte \mathbf{J} und der elektrischen Feldstärke \mathbf{E} ausgegangen

$$E_i = \sum_j \varrho_{ij}(\mathbf{B}) J_j \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (16)$$

Für hinreichend schwache Magnetfelder gilt die Entwicklung

$$\varrho_{ij}(\mathbf{B}) = \varrho_{ij} + \sum_k R_{ij,k} B_k + \dots \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (17)$$

wobei für die vorliegende Kristallstruktur der Tensor des spezifischen Widerstandes $\varrho_{ij}(B=0)$ und der Hall-Tensor $R_{ij,k}$ je zwei voneinander unabhängige Komponenten besitzen^{9, 10}:

$$(\varrho_{ij}) = \begin{bmatrix} \varrho_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varrho_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varrho_{33} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (R_{ij,k}) = \begin{bmatrix} R_{23,1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{23,1} & 0 \\ 0 & 0 & R_{12,3} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

R_p und R_s sind die Grenzwerte

$$\lim_{B \rightarrow 0} (R_{23,1} = R_{31,2} = -R_{13,2} = -R_{32,1}) = R_s \quad (19 \text{ a})$$

$$\text{und} \quad \lim_{B \rightarrow 0} (R_{12,3} = -R_{21,3}) = R_p. \quad (19 \text{ b})$$

Für den Fall ausschließlich geschlossener Fermi-Flächen sollen die Hall-Konstanten mit wachsendem B einem Sättigungswert R_∞ zustreben, unabhängig von der Kristallorientierung:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} (R_{ij,k}) = R_\infty = -1/N e \quad (20)$$

($-e$ ist die Elektronenladung). Das ergibt sowohl eine klassische Behandlung⁵³ als auch eine Berücksichtigung von Quantisierungseffekten⁵⁴.

Aus dem beobachteten R_∞ lässt sich die Elektronenkonzentration N ermitteln. Aus R_p und ϱ_{11} lassen sich unter der Annahme eines Beweglichkeitstensors (im Kristallsystem)

$$(\mu_{ik}) = \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & \mu_{23} \\ 0 & \mu_{23} & \mu_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

für den Fall reiner Elektronenleitung die Beweglichkeiten

$$\mu_{22} = \frac{1 - (1 + e N R_p)^{1/2}}{e N \varrho_{11}} \quad (22)$$

$$\text{und} \quad \mu_{11} = (2/e N \varrho_{11}) - \mu_{22} \quad (23)$$

aus den von ZITTER⁵⁵ angegebenen Beziehungen berechnen⁵.

Die Abhängigkeit der Hall-Koeffizienten von der magnetischen Induktion B (Abb. 5) entspricht qua-

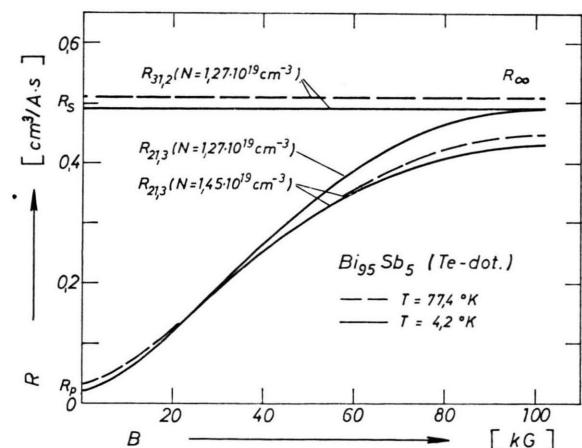


Abb. 5. Magnetfeldabhängigkeit der Hall-Koeffizienten $R_{ij,k}$ an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ für zwei gleichdotierte Proben (l 13: $R_{31,2}$; l 14: $R_{21,3}$) und eine etwas höher dotierte Probe (l 16: $R_{21,3}$). Kristallachsen $i \parallel E$, $j \parallel J$, $k \parallel B$.

litativ den Erwartungen. Die bisher an Bi–Sb-Legierungen noch nicht beobachtete Sättigung der Komponente $R_{21,3}$ tritt erst bei sehr hohen Feldstärken auf ($B > 80$ kG). $R_{31,2}$ ändert sich bei Annäherung an $B = 0$ nur so wenig (< 1%), daß eine Änderung innerhalb der Meßgenauigkeit nicht mehr nachgewiesen wurde und $R_s \approx R_\infty$ gesetzt werden kann. Eine Extrapolation auf den Wert R_p ist nur ungenau möglich, da mit sinkendem B auch die relative Genauigkeit bei der Bestimmung der Hall-Spannung abnimmt und außerdem R_p sehr klein ist. Ein Meßergebnis konnte nur durch die Impulsmethode erzielt werden, bei der eine kurzzeitige Belastung der Probe bis zu Stromstärken von etwa 6 A während 30 ms Dauer bei $T \leq 77$ °K ohne störende Erwärmung möglich war.

Die Proben 113 und 114 stimmen offensichtlich (s. Tab. 1) in der Ladungsträgerkonzentration und den übrigen Eigenschaften innerhalb der Meßgenauigkeit von einigen Prozent überein. Einige Ergebnisse können deshalb wechselseitig übernommen werden. Probe 116 besitzt eine deutlich höher liegende Elektronenkonzentration.

Die Absolutgröße der Beweglichkeit μ_{11} entspricht der in hochdotiertem Bi, für das bei $T = 4,2$ °K und $N = 2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ein Mittelwert $\bar{\mu} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ gemessen wurde⁵⁶. Die Relativwerte verhalten sich etwa wie von BROWN und SILVERMAN⁵⁷ für Bi₈₅Sb₁₅ bei $T = 20$ °K und $N = 4,8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ mit $\mu_{11}/\mu_{22} = 4,0/0,044$ angegeben wird.

5.2. Longitudinale und transversale Widerstandsoszillationen

An den Proben 113, 114 und 116 wurden im Temperaturbereich von $T = 2$ °K bis $T = 77,4$ °K Oszillationen sowohl in der longitudinalen als auch in der transversalen magnetischen Widerstandsänderung beobachtet, die als SdH-Effekt interpretiert werden.

Da es sich nach dem früher erfolgten Nachweis der longitudinalen³ hier um die ersten beobachteten transversalen SdH-Oszillationen im Temperaturgebiet des flüssigen Stickstoffs handelt, sind in Abb. 6 bis Abb. 9 typische Oszillogramme gegenübergestellt.

Bei einigen dieser Aufnahmen, die mehrere, mit einem Speicherzosillographen nacheinander registrierte, horizontal versetzte Verläufe enthalten, sind die Nullpunkte der Abszisse gering gegeneinander verschoben. Die jeweils im unteren Teil der Bilder

Tab. 1. Gemessene Werte der Komponenten des spezifischen Widerstandstensors ϱ_{ij} und des Hall-Tensors $R_{ij,k}$ sowie daraus berechnete Komponenten des Beweglichkeitstensors⁵⁸ μ_{ik} und Ladungsträgerkonzentration N . (Alle Tensoren sind auf das Kristallachsensystem bezogen. Probenachse || bin. Achse. Vgl. Abb. 2 und 5.)

Bi ₉₅ Sb ₅ (Te-dotiert)	T [°K]	Probe 116	Probe 114	Probe 113
N [10^{19} cm^{-3}]	77,4 4,2	1,40 1,45	1,23 1,27	1,23 1,27
ϱ_{11} [$10^{-5} \Omega \text{ cm}$]	77,4 4,2	3,42 2,20	4,16 2,55	4,26 2,50
R_p [$10^{-2} \text{ cm}^3/\text{As}$]	77,4 4,2	3,0 2,0	3,0*** 2,0**	3,0** 2,0**
R_∞ [$10^{-1} \text{ cm}^3/\text{As}$]	77,4 4,2	4,47 4,32	5,08* 4,92	5,08 4,91
μ_{11} [$10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$]	77,4 4,2	2,56 3,87	2,41 3,82	2,35 3,89
μ_{22} [$10^2 \text{ cm}^2/\text{Vs}$]	77,4 4,2	4,30 4,50	3,54 3,89	3,46 3,97

*,** Übernommen von der Probe 113 bzw. 114, da diese Proben innerhalb der Meßgenauigkeit übereinstimmen.

*** Von Probe 116 übernommen, da auch die Werte R_p ($T = 4,2$ °K) gleich sind (vgl. Abb. 5).

verlaufenden Kurven entstanden bei anwachsendem Magnetfeld ohne Strombelastung der Probe, die erst im Maximum des Feldes einsetzt. Diese Kurven gestatten, die Güte der Störspannungskompensation zu beurteilen (vgl. Abschn. 4.2.) und sollten möglichst horizontal verlaufen. Kleinere, nichtkompenzierbare, hochfrequenter Störspannungen klingen häufig bis zum Erreichen des Magnetfeldmaximums ab (siehe z. B. Abb. 6 b). Auf einigen Aufnahmen sind Markierungen zur Kalibrierung der Magnetfeldstärke enthalten.

Eine Darstellung der reziproken Werte der magnetischen Induktion, an denen Maxima und Minima auftreten, über den Quantenzahlen n wurde nach Gl. (8) zur Bestimmung der Periodenlänge benutzt. Die longitudinalen Oszillationen (Abb. 6 und 7) enthalten eine einzige Periode (Abb. 10), die von den beiden kleineren, gleich großen extremalen Querschnitten der Elektronenellipsoide (Zyklotronmassen $m_{el}^{(2)} = m_{el}^{(3)}$) senkrecht zur binären Achse stammen. Die bei $T = 4,2$ °K im letzten Maximum auftretende Aufspaltung kann als Spinaufspaltung (s. Abschn. 5.3.) interpretiert werden. Bei einigen hier nicht abgebildeten Originalaufnahmen wurde sie auch im vorletzten Maximum beobachtet.

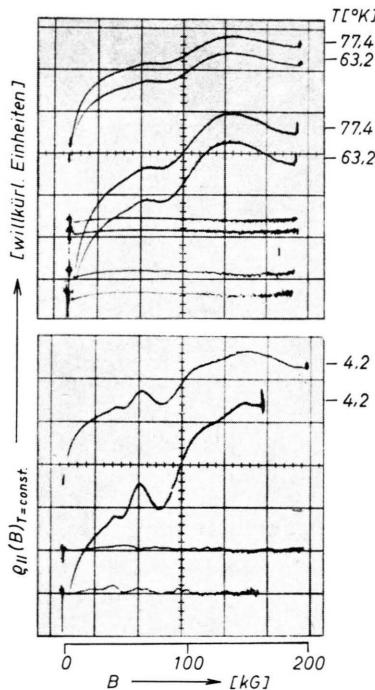


Abb. 6. Longitudinaler SdH-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ bei verschiedenen Temperaturen (Probe 116; $B \parallel J \parallel$ bin. Achse, Stromstärke $I=4,7 \text{ A}$). Bei den unteren Kurven ist bei jeweils gleicher Temperatur die Verstärkung auf das 2-fache erhöht und ein konstanter Anteil subtrahiert.

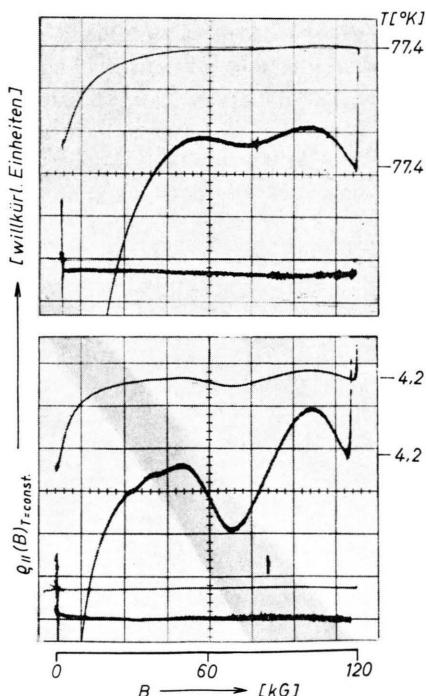


Abb. 7. Longitudinaler SdH-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Probe 113; $B \parallel J \parallel$ bin. Achse). Die unteren Kurven enthalten jeweils den oszillatorischen Anteil bei 10-facher Verstärkung.

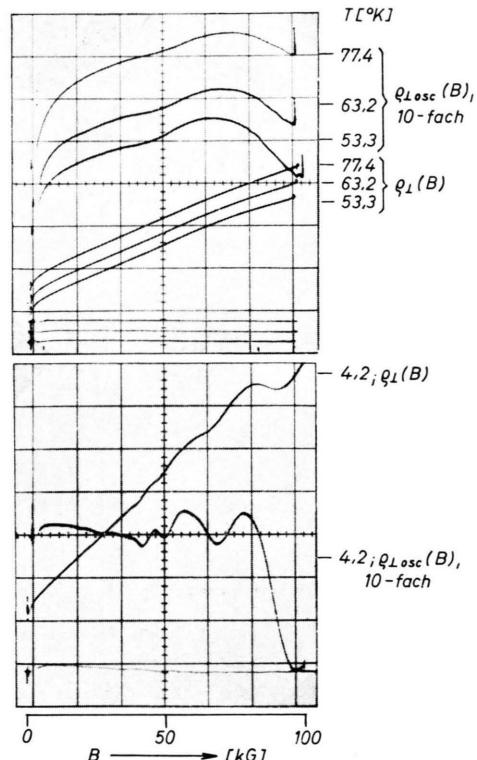


Abb. 8. Transversaler SdH-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Probe 116; $B \parallel$ bin. Achse, $J \parallel$ bin. Achse) in der magnetischen Widerstandsänderung $\rho_\perp(B)$ bei verschiedenen Temperaturen sowie oszillatorischer Anteil $\rho_{\perp\text{osc}}(B)$, bei gleichen Temperaturen, 10-fach verstärkt.

Die transversalen Oszillationen sind schwächer ausgeprägt und werden nahe $T = 77,4 \text{ }^\circ\text{K}$ erst bei größeren Verstärkungen deutlich sichtbar (Abb. 8 und 9). Bei $T = 4,2 \text{ }^\circ\text{K}$ wurden zwei verschiedene Perioden nachgewiesen, entsprechend den beiden verschiedenen großen Zyklotronmassen $m_{c2}^{(1)}$ und $m_{c2}^{(2)} = m_{c2}^{(3)}$ für Magnetfelder parallel zur bissektoriellen (2-)Achse. Sie dienten zur Ausmessung des Fermi-Körpers (Abschn. 5.4.).

5.3. Temperaturabhängigkeit der Amplituden, Zyklotronmassen, Dingle-Temperaturen und Spinaufspaltung

Die Amplituden der SdH-Oszillationen wurden für die beiden verschiedenen dotierten Proben 114 und 116 quantitativ ausgewertet und mit der Theorie verglichen. Wegen der Größe der Amplituden, des Auftretens nur einer Periode und des analytisch einfacheren Ausdrucks für ρ_{\parallel} [Gl. (4)] gegenüber ρ_{\perp} [Gl. (5)] sind von den oben erwähnten die longitudinalen SdH-Oszillationen am besten zu einer

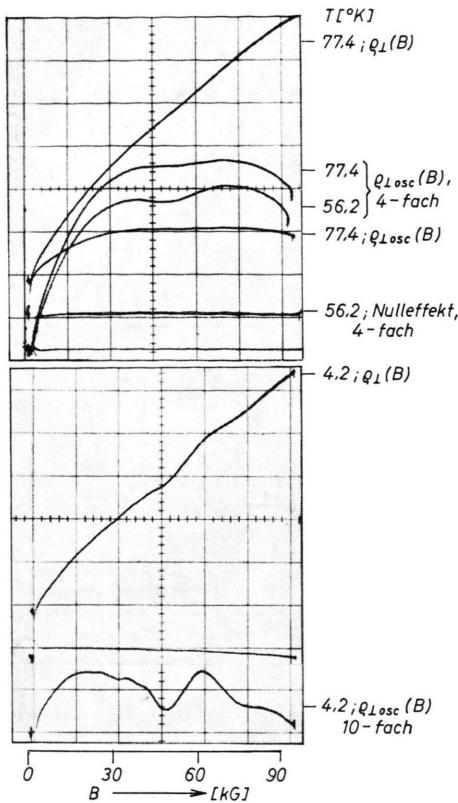


Abb. 9. Transversaler SdH-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Probe 114; $B \parallel$ bis. Achse; $J \parallel$ bin. Achse; $I = 5,2 \text{ A}$) bei verschiedenen Temperaturen. Der nichtmonotone Anteil $q_{\perp\text{osc}}(B)$ ist für einige Temperaturen zusätzlich mit 4- bzw. 10-facher Verstärkung enthalten. Die Werte $B=0$ sind z. Tl. etwas gegeneinander verschoben. Die ohne Strombelastung der Probe aufgenommene Kurve (Nulleffekt) ist ein Maß für die Güte der Störspannungskompensation.

solchen Analyse geeignet. Abbildung 11 enthält die der Auswertung zugrunde liegenden experimentellen Kurven.

Aus dem Verhältnis der gemessenen Amplituden A bei jeweils 2 verschiedenen Temperaturen T und konstanter magnetischer Induktion B lässt sich in der Näherung der Gl. (11) die Zyklotronmasse m_e bestimmen:

$$\frac{A_B(T_1)}{A_B(T_2)} = \frac{T_1 \sinh(K m_e T_2 B^{-1})}{T_2 \sinh(K m_e T_1 B^{-1})}, \quad K = \frac{2 \pi^2 k}{e \hbar}. \quad (24)$$

Diese Gleichung ist nach m_e aufzulösen. Dies erfolgte durch sukzessive Approximation mit Hilfe eines Computers⁵⁹. Alle bei einem festen Wert B gemessenen Amplituden wurden paarweise kombiniert. Mit dem Mittelwert der Zyklotronmassen (Tab. 2) aus 53 und 40 Werten für Probe 114 bzw. 116 wurde anschließend die theoretische Temperaturabhängigkeit der SdH-Amplituden nach Gl. (11) berechnet und für jeden Parameterwert $B = \text{const}$ mit einem willkürlichen, konstanten Faktor den Meßpunkten angepaßt. Wie Abb. 12 zeigt, ist die Übereinstimmung zwischen dem theoretischen Verlauf und den Messungen sehr gut. Aus dem Verlauf kann man extrapoliieren, daß bis über $T = 100 \text{ }^\circ\text{K}$ hinaus SdH-Oszillationen zu erwarten sind.

Die Fehlerangaben für m_e beziehen sich auf die mittlere Abweichung vom Mittelwert. Der Wert m_e für die Probe 116 ist wahrscheinlich zu klein und viel ungenauer als der für 114, da sich bei 116 die in 5.2. erwähnte Aufspaltung der Oszillationen störend bemerkbar macht.

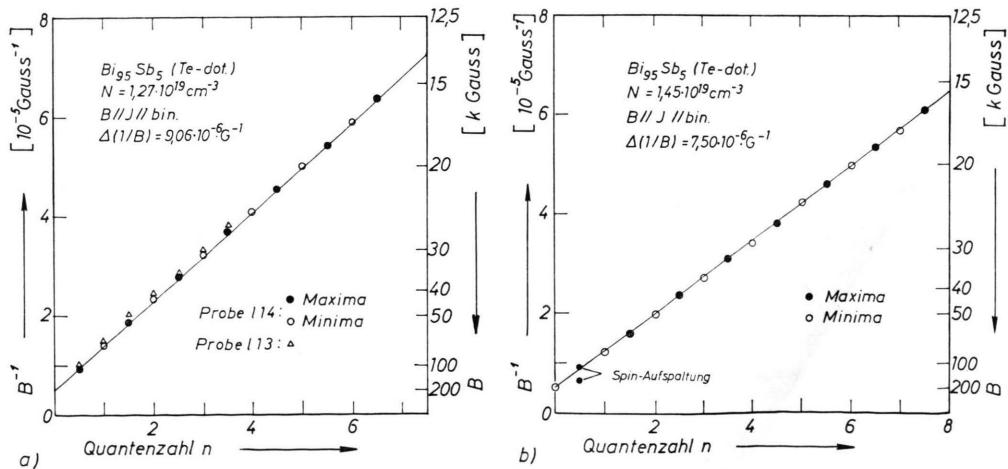


Abb. 10. Reziproke Werte der magnetischen Induktion B' , bei denen Maxima und Minima der SdH-Oszillationen auftreten, in Abhängigkeit von den Quantenzahlen n der Landau-Niveaus, gemessen an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$. a) Proben 114 und 113. b) Probe 116.

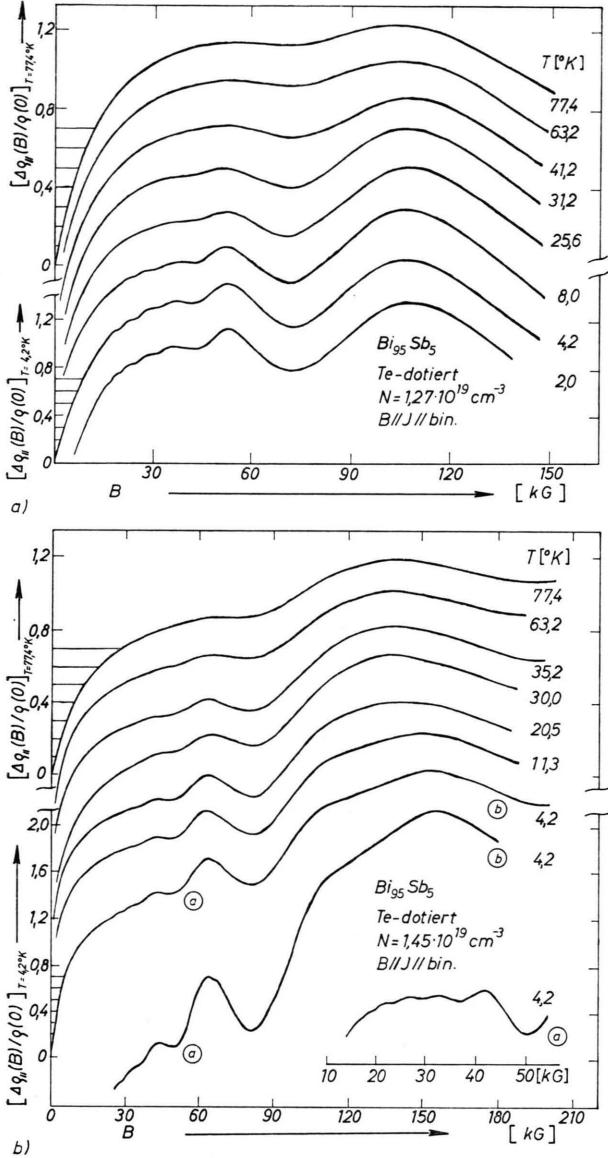


Abb. 11. Longitudinaler SdH-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ bei verschiedenen Temperaturen zwischen $T=2\text{ }^\circ\text{K}$ und $T=77,4\text{ }^\circ\text{K}$ [a) Probe 114, b) Probe 116]. Der Ordinatenmaßstab ist nur für die Kurven bei $T=4,2\text{ }^\circ\text{K}$ und $T=77\text{ }^\circ\text{K}$ angegeben. Die beiden unteren Kurven in b) wurden bei $T=4,2\text{ }^\circ\text{K}$ mit größerer Verstärkung aufgenommen. Alle Kurven sind horizontal gegeneinander versetzt.

Die Dingle-Temperatur T_D berechnet sich aus allen gemessenen Amplituden

$$A_T(B_{\max}) \quad \text{und} \quad A_T(B_{\min})$$

bei jeweils einer festen Temperatur T aus Gl. (11):

$$-\ln \left[\frac{A_T(B)}{B^{1/2}} \frac{\sinh T \alpha(B)}{T \alpha(B)} \right] = \frac{K m_e}{B} T_D + \text{const.} \quad (25)$$

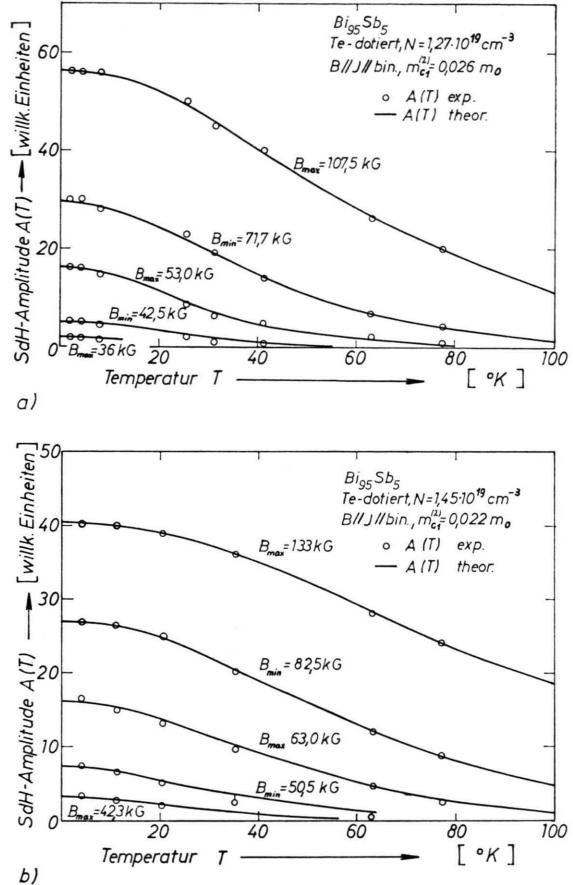


Abb. 12. Temperaturabhängigkeit der Amplituden $A_B(T)$ des longitudinalen SdH-Effekts: beobachtete Werte (aus Abb. 11) und nach der Theorie in erster Näherung [Gl. (11)] berechnete Kurven, angepaßt mit einem konstanten Faktor.

a) Probe 114. b) Probe 116.

Eine logarithmische Darstellung der linken Seite dieser Gleichung über B^{-1} sollte eine Gerade ergeben, deren Steigung T_D bestimmt. Diese Gerade wurde mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate an die Meßpunkte angepaßt⁵⁹. Abbildung 13 enthält die so berechneten Dingle-Temperaturen in Abhängigkeit von der Temperatur. Oberhalb von $T=77,4\text{ }^\circ\text{K}$ wurden extrapolierte Werte entsprechend dem theoretischen Verlauf in Abb. 12 entnommen. Für jede Dingle-Temperatur ist die mittlere Abweichung der entsprechenden Meßpunkte von der Geraden [Gl. (25)] eingezeichnet. Tabelle 2 enthält die Mittelwerte jeder Probe für den gesamten Temperaturbereich sowie den Dingle-Parameter nach Gl. (14). Bei der höher dotierten Probe (116) ist eine deutliche Temperaturabhängigkeit der Dingle-Temperatur vorhanden, die außerhalb der Fehlergrenzen liegt.

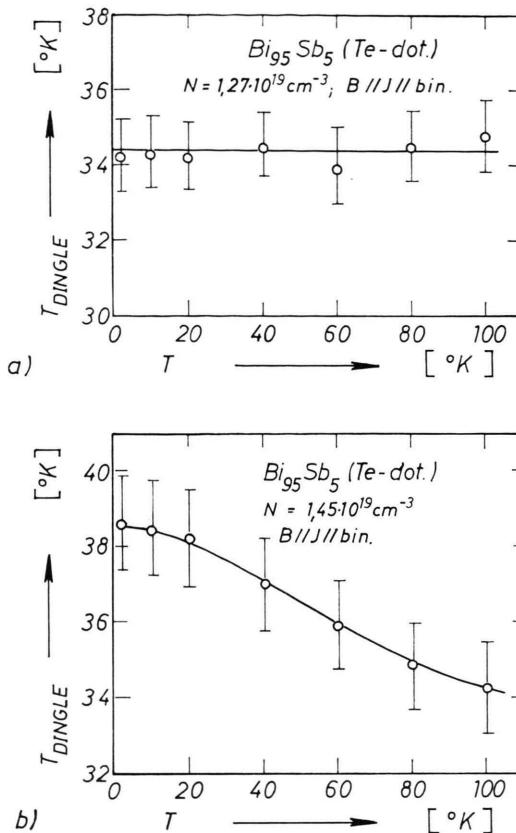


Abb. 13. Temperaturabhängigkeit der Dingle-Temperatur T_D für die kleine Zyklotronmasse in binärer Richtung ($m_{c1}^{(2)} = m_{c1}^{(3)}$) gemessen an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (SdH-Effekt).
a) Probe 114. b) Probe 116.

Aus der Zyklotronmasse m_c und der Periodenlänge P der Oszillationen wurde nach Gl. (9) das Fermi-Niveau bestimmt (Tab. 2), zunächst bei Annahme eines elliptisch-parabolischen Bandes:

$$E_F(\text{EP}) \equiv E_F^0 = e \hbar / m_c P. \quad (26)$$

Mit Hilfe von m_c , P und der Spinaufspaltung δ ist es möglich, den Landé-Faktor g zu ermitteln. Da Gl. (6) zur Auswertung ungeeignet ist, wird von der Vorstellung ausgegangen, daß Extremwerte in den Transporteigenschaften mit dem Durchgang der Landau-Zylinder durch eine magnetfeldunabhängige Fermi-Fläche an ihrem extremalen Querschnitt A_c verknüpft sind. Bezeichnet man mit B^+ und B^- die Werte, bei denen die zu einer festen Quantenzahl n gehörenden Spinaufspaltungen $s = \pm 1/2$ beobachtet werden, ergibt sich⁵

$$\delta \equiv \left(\frac{1}{B^+} - \frac{1}{B^-} \right) \frac{1}{P} = \frac{g m_c}{2 m_0}, \quad (27)$$

woraus die Spinmasse am Fermi-Niveau

$$m_s = 2 m_0 / g \quad (28)$$

folgt. Mit $B^+ = 110$ kG, $B^- = 110$ kG ($\pm 2,5$ kG) und den Werten in Tab. 2 folgt

$$m_{s1} = 0,0635 \pm 0,007 m_0, \\ \approx 3 m_{c1}. \quad (29)$$

Die Theorie von COHEN und BLOUNT⁶⁰, die diese Wechselwirkung der benachbarten Bänder L_c und L_v berücksichtigt, ergibt bei Bi für alle Magnetfeldrichtungen (an der Bandkante)

$$m_s \approx m_c, \quad (30)$$

falls die größte effektive Masse m'_{22} keinen Beitrag liefert. Der experimentelle Befund (29) kann als ein Hinweis auf eine unterschiedliche Energieabhängigkeit der Spinmasse m_s und der Zyklotronmasse m_c interpretiert werden, wobei wahrscheinlich der um den Faktor 5 gegenüber Bi kleinere Bandabstand eine Rolle spielt. Obwohl die Kurven an Probe 116 für $T = 4,2$ °K (Abb. 6 b) qualitativ mit Spinaufspaltungen in Bi übereinstimmen⁶¹, kann nach Ergebnissen von CHU und KAO³² auch eine geringe Fehlorientierung des Magnetfeldes ähnliche Verläufe erzeugen. Dieser Einwand bezieht sich jedoch hauptsächlich auf die hier nicht vorliegende bisetrische Feldrichtung.

5.4. Tensor der effektiven Massen

Eine Bestimmung des gesamten Tensors der effektiven Massen für Probe 114 erfolgte durch Messung verschiedener Querschnitte des Fermi-Körpers. Bei Drehung des Magnetfeldes in Schritten von 5° um die binäre Achse konnten zwei Perioden entsprechend den beiden auftretenden extremalen Ellipsoidquerschnitten beobachtet werden. Eine Trennung der Perioden war möglich, da die entsprechenden Oszillationen in verschiedenen Feldstärkebereichen auftreten und sich nur wenig überlappen. Abbildung 14 enthält gemessene Kurven und Abb. 15 zeigt einen Ausschnitt aus dem Diagramm zur Bestimmung der Periodenlänge. Wegen der überaus starken Entartung der Ellipsoide konnte die Zyklotronmasse senkrecht zur trigonalen Achse nicht direkt beobachtet werden, wie es bis vor kurzem auch bei Bi der Fall war³³. Es mußten daher schräge Querschnitte herangezogen werden.

Bei der Auswertung wurde von einem Modell elliptischer Fermi-Flächen ausgegangen. Zur Ermittlung der Tensorkomponenten wurden die von KET-

Bi ₉₅ Sb ₅ , (Te-dotiert) $B \parallel \text{bin. Achse} \parallel J$	Probe I 16	Probe I 14
SdH-Periode	$P_{11} [\text{G}^{-1}]$	$7,50 \cdot 10^{-6}$
Zyklotronmasse	$m_{\text{cl}}^{(k)} [m_0]$	$0,0220 \pm 7,5\%$
Dingle-Temperatur	$T_D [\text{K}]$	$36,8 \pm 6,8\%$
Dingle-Parameter	$\tau_D [\text{s}]$	$6,62 \cdot 10^{-14}$
Fermi-Niveau	$E_F^0 [\text{eV}]$	0,0702
Landé-Faktor	g	$31,5 \pm 3,3$

Tab. 2. Ergebnisse der Messungen des longitudinalen SdH-Effekts an Bi₉₅Sb₅ in den Bereichen $2 \text{ K} \leq T \leq 77 \text{ K}$ und $|B| \leq 210 \text{ kG}$ (s. Tab. 1).

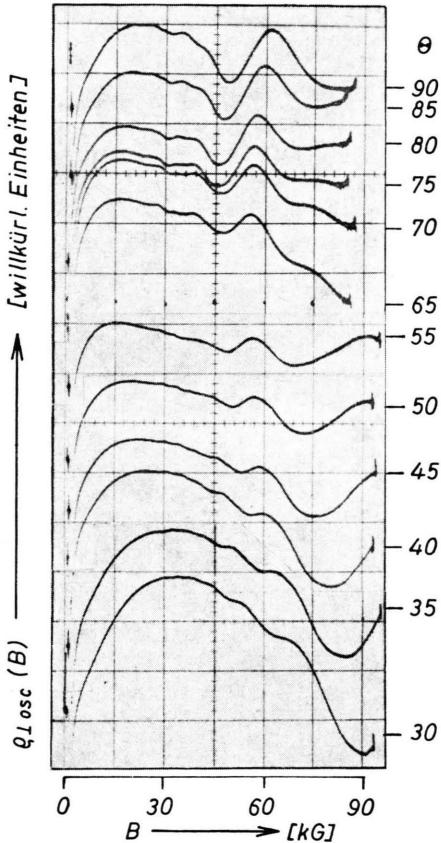


Abb. 14. Beispiele zur Winkelabhängigkeit des transversalen SdH-Effekts an Bi₉₅Sb₅ (Probe I 14) bei der Drehung des Magnetfeldes um die binäre Achse [$J \parallel \text{bin. Achse}$; $I = 5,2 \text{ A}$; $T = 4,2 \text{ K}$; $\Theta = \text{Winkel zwischen trigonaler Achse und Magnetfeld}$ (vgl. Abb. 1)]. Die Kurven stellen den oszillierenden Anteil $\theta_{\perp \text{osc}}(B)$ der magnetischen Widerstandsänderung $\theta_{\perp}(B)$ dar. $\Theta = 90^\circ$ entspricht $B \parallel \text{bis. Achse}$, wie in Abb. 9.

TERSON und ECKSTEIN⁶² sowie DRAHT⁶³ angegebenen Beziehungen für die Winkelabhängigkeit der Periodenlängen und damit der Zyklotronmassen [über Gl. (9)] benutzt. In Tab. 3 ist der bei Anpassung an die Messungen sich ergebende Tensor angegeben. Er besitzt im Hauptachsensystem drei von Null verschiedene Komponenten (m'_{ii}) und im Kristallachsensystem für ein Ellipsoid in Mittel-

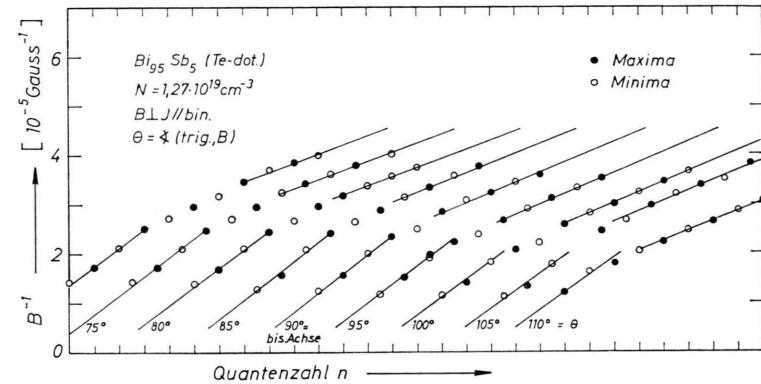


Abb. 15. Einige reziproke Werte der magnetischen Induktion, B^{-1} , bei denen Extremwerte der transversalen SdH-Oszillationen auftreten, in Abhängigkeit von ganzen Zahlen, gemessen an Bi₉₅Sb₅ (Probe I 14). Die zu verschiedenen Θ (=Winkel zwischen trig. Achse und Magnetfeld in der Spiegelebene Abb. 1 b) gehörenden Werte sind waagerecht gegeneinander versetzt. Für jeden festen Wert Θ treten zwei verschiedene Periodenlängen auf.

punktslage, das um die binäre Achse gedreht ist, vier Komponenten. Dabei wird der Winkel Φ durch die Beziehung¹²

$$\tan \Phi = 2 m_{23} / (m_{22} - m_{33}) \quad (31)$$

bestimmt (s. Abb. 1).

Tab. 3. Den Meßwerten angepaßter Tensor der effektiven Masse m_{ik} im Kristallachsensystem und daraus berechnete Werte der Zyklotronmassen $m_{\text{cl}}^{(k)}$ für die Richtungen i des Magnetfeldes (k ist die Nr. des Ellipsoids), der effektiven Massen m'_{ik} im Hauptachsensystem sowie Neigungswinkel Φ eines Elektronenellipsoide gegen die bissektorielle Achse (vgl. Abb. 1 b) bei Annahme einer elliptischen Fermi-Fläche.

Bi₉₅Sb₅ (Te-dotiert, $N = 1,27 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$), Probe I 14
 $m_{ik} [m_0] \quad m_{\text{cl}}^{(k)} [10^{-2} m_0]$
 im Kristallachsensystem $m'_{ik} [m_0]$
 Hauptachsensystem

$m_{11} = 0,015$	$m_{\text{cl}}^{(1)} = 18,3$	$m'_{11} = 0,015$
$m_{22} = 1,20$	$m_{\text{cl}}^{(2)} = m_{\text{cl}}^{(3)} = 2,54$	$m'_{22} = 1,21$
$m_{33} = 0,040$	$m_{\text{cl}}^{(1)} = 2,05$	$m'_{33} = 0,0277$
$m_{23} = 0,12$	$m_{\text{cl}}^{(2)} = m_{\text{cl}}^{(3)} = 4,03$	
	$m_{\text{cl}}^{(1)} = m_{\text{cl}}^{(2)} = m_{\text{cl}}^{(3)} = 11,2$	$ \Phi = 5,9^\circ$

Für ein 3-Ellipsoidmodell wurden außerdem alle auftretenden Zyklotronmassen $m_{\text{cl}}^{(k)}$ in Richtung der

Kristallachsen⁶⁴ berechnet (Tab. 3). i bezeichnet die Richtung des Magnetfeldes und (k) die Nr. des Ellipsoids.

In Abb. 16 sind Winkelabhängigkeiten für gemessene und mit Hilfe des angepaßten Tensors berechnete Periodenlängen eingezeichnet, angepaßt an die in bisectrischer Richtung gemessene Periode. Die Übereinstimmung ist gut. Auftretende Abweichungen liegen für alle Richtungen in der Größenordnung von 5%.

Der aus dem Tensor folgende Neigungswinkel Φ des Ellipsoids ordnet sich gut in die Reihe der von anderen Autoren erzielten Ergebnisse im Bi–Sb-System ein, wie Tab. 4 zeigt.

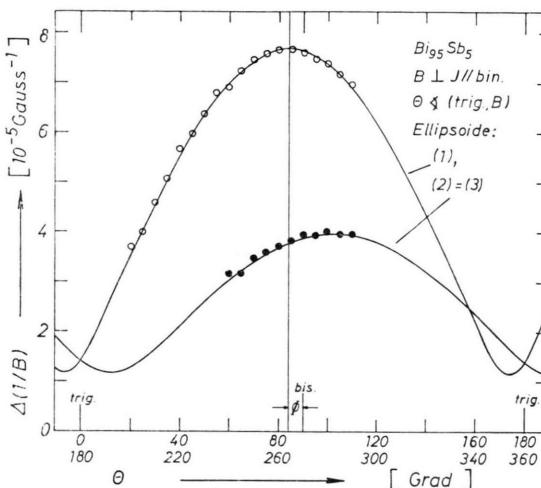


Abb. 16. An $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Probe 114) gemessene SdH-Periodenlänge in Abhängigkeit vom Drehwinkel Θ um die binäre Achse für das Elektronen-Ellipsoid (1) \circ und die Ellipsoide (2) und (3) \bullet . Die ausgezogenen Kurven wurden mit dem angepaßten Massentensor m_{ik} (Tab. 3) mit Hilfe der Gleichungen für die Winkelabhängigkeit der Zyklotronmassen^{62, 63} $m_c^{(1)}(\Theta)$ und $m_c^{(2)}(\Theta) = m_c^{(3)}(\Theta)$ berechnet.

5.5. Nichtparabolizität des Leitungsbandes

Im folgenden wird überprüft, zu welchem der in Abschn. 2 erläuterten Bändermodelle die vorliegenden Ergebnisse konsistent sind.

Dazu muß die Bandlücke $E_g = L_c - L_v$ bekannt sein. Es wird der Wert benutzt, der sich aus den Messungen von TICHOVOLSKY und MAVROIDES²⁵

Tab. 4. Drehwinkel Φ der Elektronenellipsoide gegen die bisectrische Achse in $\text{Bi}_{100-x}\text{Sb}_x$ nach Messungen quantenoszillatiorischer Effekte durch verschiedene Autoren (a nach¹², b eigene Messung, c nach³⁴, d nach²⁸, sonst nach¹⁹).

x [Atom-Proz.]	0	4,8	5,0	5,2	12,0	12,0	12,5	30,7	100
Φ [$^\circ$]	+ 6 ^a	5,9 ^b	3,1 ^c	\approx 8	5 ± 1^d	\approx 6	\approx 8	< 10	- 2 ^a

bei linearer Interpolation mit Hilfe der Beziehung

$$E_g(x) = -12 + 3x \text{ [meV]} \quad (32)$$

für den vorliegenden Sb-Gehalt x [Atom-Proz.] zu

$$E_g(x = 4,80 \pm 0,05) = 2,40 \pm 0,15 \text{ [meV]} \quad (33)$$

ergibt.

Mit dieser Energielücke läßt sich der Wert der Fermi-Energie E_F im ENP-Modell aus dem parabolisch bestimmten E_F^0 durch folgende Gleichung berechnen¹⁹:

$$\begin{aligned} E_F &\equiv E_F(\text{ENP}) \\ &= (E_F^0 - E_g/2) + \sqrt{(E_F^0)^2 + (E_g/2)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

E_F und E_g ermöglichen, die Zyklotronmasse m_c und den Tensor der effektiven Masse an der unteren Bandkante L_c des Leitungsbandes zu ermitteln^{19, 65}:

$$m_c(L_c) = m_c(E_F) / (1 + 2E_F/E_g), \quad (35)$$

$$m_{ik}(L_c) = m_{ik} / (1 + E_F/E_g). \quad (36)$$

Die Elektronenkonzentration pro Ellipsoid ist für die verschiedenen Modelle^{17, 34, 36}:

EP-Modell:

$$n = (8\pi/3 h^3) (2E_F m_d)^{3/2}. \quad (37)$$

ENP-Modell:

$$n = (8\pi/3 h^3) \left\{ 2E_F \left(1 + \frac{E_F}{E_g} m_d \right) \right\}^{3/2} \quad (38)$$

NENP-Modell:

$$n = (8\pi/3 h^3) \left(1 + \frac{6E_F}{5E_g} \right) (2E_F m_d)^{3/2}. \quad (39)$$

Dabei ist m_d die Zustandsdichtemasse an der Bandkante. Für Ellipsoide gilt:

$$m_d = \{\text{Det}(m_{ik})\}^{1/3}. \quad (40)$$

In Tab. 5 stehen die mit diesen Gleichungen ausgewerteten Meßergebnisse für Probe 114. Spalte 3 enthält die Tensorkomponenten im Hauptachsensystem aus SdH-Messungen bei Anpassung an eine elliptische Fermi-Fläche, die kleine Zyklotronmasse in binärer Richtung bei Anpassung an die Temperaturabhängigkeit des SdH-Effekts und die Ladungsträgerdichte $n = N/3$ pro Ellipsoid aus dem Hall-Effekt. Spalte 4 enthält die Fermi-Energie aus Zyklo-

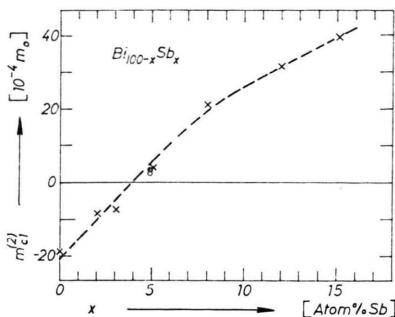


Abb. 17. Elektronen-Zyklotronmasse an der Bandkante in binärer Richtung, $m_{c1}^{(2)} = m_{c1}^{(3)}$, in Abhängigkeit vom Antimongehalt x in $\text{Bi}_{100-x}\text{Sb}_x$ -Legierungen. \times magneto-optische Messungen von TICHOVOLSKY und MAVROIDES²⁵. ● Probe 114, ○ Probe 116, eigene SdH-Messungen, umgerechnet mit dem ENP-Modell (s. Tab. 5).

tronmasse und Periodenlänge und die aus den Tensorkomponenten berechnete Ladungsträgerdichte n , wenn ein EP-Modell zugrunde gelegt wird. Dieses n ist gegenüber dem gemessenen etwas zu klein.

Spalte 5 enthält die auf ein ENP-Modell umgerechneten Werte an der Bandkante. Die berechnete Zyklotronmasse an der Bandkante stimmt ausgezeichnet mit den gemessenen Werten von TICHOVOLSKY und MAVROIDES²⁵ überein (Abb. 17), die die Zyklotronmassen durch Magnetoreflexion direkt an der Bandkante bestimmt haben. Für n ergibt sich aus Gl. (38) ein zu großer Wert, was dann nur darauf zurückzuführen ist, daß die Energieabhängigkeit in Längsrichtung des Ellipsoids nicht richtig beschrieben wird. Abbildung 17 enthält außerdem die für Probe 116 umgerechnete Zyklotronmasse, die jedoch etwas zu klein ist, da die Massenbestimmung durch die Spinaufspaltung verfälscht wird, worauf bereits hingewiesen wurde.

Spalte 6 enthält die mit den üblichen Näherungen für das NENP-Modell sich ergebenden Werte.

In Längsrichtung sollte die effektive Masse einem parabolischen Verhalten entsprechend sich nicht ändern. Das führt jedoch nach Gl. (39) zu einer noch größeren Ladungsträgerdichte. Diese Diskrepanz läßt sich beseitigen, wenn man keine der im ENP- und NENP-Modell extrem entgegengesetzten Annahmen macht, nämlich starke bzw. keine Energieabhängigkeit. Nimmt man z. B. eine schwache Energieabhängigkeit an, so ergibt sich näherungsweise der richtige Wert $n = 4,1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, wenn man $m'_{22} = 0,15 m_0$ setzt. Während danach die kleinen effektiven Massen am Fermi-Niveau gegenüber der Bandkante um den Faktor 41,5 zugenommen haben, hat sich die große Masse nur um das 8,18-fache vergrößert (Spalte 7).

Insgesamt folgt, daß auch für den hier vorliegenden Extremfall einer sehr dichten Nachbarschaft der beiden L-Bänder die Nichtparabolizität des Leitungsbandes in Bi-Sb-Legierungen für kleine Ellipsoidquerschnitte gut mit Modellvorstellungen für Bi übereinstimmt. Für große Ellipsoidquerschnitte muß wahrscheinlich eine schwache Energieabhängigkeit angenommen werden.

5.6. Typ der Widerstandoszillationen

Wie oben gezeigt wurde, konnten die Widerstandoszillationen bis zur Siedetemperatur des flüssigen Stickstoffs, $T = 77 \text{ }^\circ\text{K}$, beobachtet werden. Oberhalb von $T = 40 \text{ }^\circ\text{K}$ wurden zuvor an keiner Substanz SdH-Oszillationen nachgewiesen. Das macht es notwendig, einen in diesem Temperaturbereich auftretenden anderen Typ möglicher Widerstandoszillationen, nämlich den Gurevich-Firsov(GF)-Effekt in Betracht zu ziehen. Im folgenden werden deshalb die für das Auftreten der beiden Effekte notwendigen Bedingungen sowie charakteristische Abhängigkeiten verglichen.

Tab. 5. Ergebnisse der SdH-Effekt-Messungen bei Anpassung an eine ellipsoidale Fermi-Fläche und Auswertung mit verschiedenen Bändermodellen. Pfeile stehen bei Werten, die von der vorherigen Spalte übernommen werden. Bei den Modellen ENP, NENP und ENP/NENP sind die effektiven Massen m'_{ik} und m_c für die Unterkante des Leitungsbandes L_c berechnet. In den letzten 4 Spalten sind m_c und n aus den darüber stehenden Werten berechnet und fett gedruckt, wenn sie mit experimentellen Ergebnissen übereinstimmen (vgl. Text).

Bi ₉₅ Sb ₅ (Te-dotiert)	Art des Experiments	Anpassung an Ellipsoid	Auswertung mit verschiedenen Bändermodellen			
			EP	ENP	NENP	ENP/NENP
E_F [meV]	SdH-Periode	—	49,1	97,1	→	97,1
$m'_{11} [m_0]$	SdH-Winkel- Abhängigkeit	0,015 1,21 0,0277	→	$3,62 \cdot 10^{-4}$	→	$3,62 \cdot 10^{-4}$
$m'_{22} [m_0]$			→	$2,92 \cdot 10^{-2}$	1,21	0,15
$m'_{33} [m_0]$			→	$6,75 \cdot 10^{-4}$	→	$6,75 \cdot 10^{-4}$
$m_{c1}^{(2)} = m_{c1}^{(3)} [m_0]$	SdH-Temp.-Abh.	$0,0260 \pm 5\%$	0,0254	$3,17 \cdot 10^{-4}$	→	$3,17 \cdot 10^{-4}$
$n [10^{18} \text{ cm}^{-3}]$	Hall-Effekt	4,1	3,25	9,8	11,7	4,1

SdH-Oszillationen entstehen beim Ladungstransport, wenn es in Abhängigkeit von der Stärke eines auferen Magnetfeldes auf Grund der Landau-Aufspaltung zu Zustandsdichteanderungen der Ladungsträger an der Fermi-Kante kommt:

(I.) Dazu sind statistisch entartete Ladungsträger erforderlich, d. h. das Fermi-Niveau E_F muß innerhalb des Leitungsbandes liegen und es muß

$$kT \ll E_F \quad (41)$$

sein.

(II.) Eine Anzahl von magnetischen Unterbändern muß besetzt sein, damit es bei Magnetfelderhöhung zu Oszillationen kommen kann. Die Abstände ΔE der Landau-Niveaus müssen also kleiner sein als die Fermi-Grenze:

$$\Delta E \equiv \hbar \omega_c < E_F. \quad (42)$$

Oberhalb der Quantengrenze $\omega_c = E_F/\hbar$ können keine SdH-Oszillationen mehr auftreten.

(III. a) Die thermische Verbreiterung der Landau-Niveaus muß gegenüber der Landau-Aufspaltung klein bleiben, wenn die Amplitude der SdH-Oszillationen [Gl. (11)] nicht stark reduziert werden soll:

$$T \alpha(\omega_c) < 1 \rightarrow kT \ll \hbar \omega_c. \quad (43)$$

(III. b) Aus dem gleichen Grund muß die Dingle-Verbreiterung ebenfalls klein bleiben:

$$T_D \alpha(\omega_c) < 1 \rightarrow \frac{\hbar}{\tau_D} \ll \hbar \omega_c . \quad (44)$$

(IV.) Die Periode der SdH-Oszillationen [Gl. (9)]

$$P = 2 \pi e / \hbar A_e \quad (45)$$

ist vom extremalen Querschnitt A_e des Fermi-Körpers und damit von der Ladungsträgerdichte n abhängig.

GF-Oszillationen der magnetischen Widerstandsänderung entstehen als Folge einer Resonanzerscheinung bei der inelastischen Streuung durch longitudinale optische Phononen zwischen Landau-Niveaus. Dieser Magneto-Phonon-Effekt wurde 1961 von GUREVICH und FIRSOV⁶⁶ sowie KLINGER⁶⁷ vorhergesagt und zuerst 1963 an InSb experimentell nachgewiesen⁶⁸. Die quantitative Theorie der GF-Oszillationen ist für den transversalen⁶⁶ und longitudinalen Fall^{66, 69, 70}, für Fermi-⁷¹ und Boltzmann-Statistik^{66, 70} sowie für anisotrope Massen^{72, 73} ausgearbeitet worden. Entsprechend zum SdH-Effekt lauten die Bedingungen für das Auftreten von GF-Oszillationen:

(I.) Dieser Effekt kann sowohl bei Boltzmann- als auch bei Fermi-Statistik auftreten.

(II.) Die Landau-Aufspaltung muß kleiner sein als die Energie der longitudinalen optischen Phononen der Grenzfrequenz ω_c

$$\hbar \omega_c < \hbar \omega_0, \quad (46)$$

denn nur dann kann es zur Resonanzstreuung mit

$$\hbar \omega_0 = \Delta n \hbar \omega_c, \quad \Delta n = 1, 2, 3, \dots \quad (47)$$

kommen. Für statistisch entartete Ladungsträger sind auch GF-Oszillationen oberhalb der Quantengrenze möglich.

(III.) Die Amplitude der GF-Oszillationen ist proportional zu $\exp\{-\hbar \omega_0/kT\}$, wächst also für den Fall

$$kT < \hbar\omega_0 \quad (48)$$

mit steigender Temperatur im Gegensatz zu den SdH-Oszillationen.

(IV.) Die Periode der GF-Oszillationen

$$R \equiv \Delta(1/B) = e/m_c \omega_0 \quad (49)$$

ist unabhängig von der Ladungsträgerkonzentration, jedoch abhängig von der Masse m_c und der longitudinalen optischen Phononfrequenz ω_0 .

Zur Überprüfung dieser Bedingungen sind in einem Nomogramm (Abb. 18) fast alle entscheidenden Größen für zwei Proben (114 und 116) einge- tragen. $\hbar \omega_c$ ist in Abhängigkeit von B dargestellt, kT ist als Funktion von T aufgetragen. Die übri-

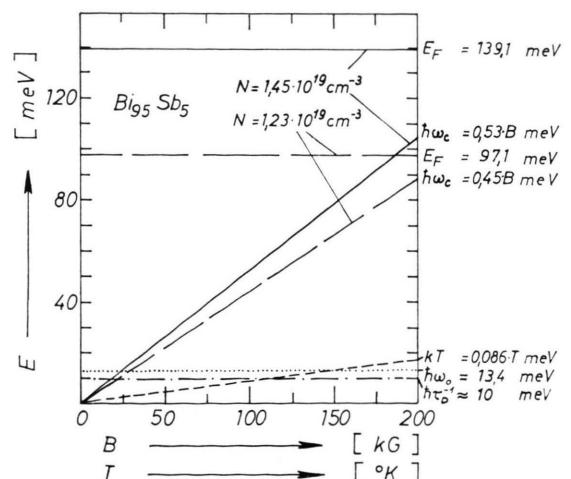


Abb. 18. Darstellung zur Überprüfung der Bedingungen für SdH-Oszillationen $kT < \hbar\omega_c < EF$ und $\hbar/\tau_D < \hbar\omega_c$ und für GF-Oszillationen $\hbar\omega_c < \hbar\omega_0$ an zwei verschiedenen dotierten $\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{0.5}$ -Proben ($\hbar\omega_c = \hbar eB/m_{c1}^{(2)}$, $B \parallel \text{bin. Achse}$).

gen Größen sind näherungsweise temperatur- und magnetfeldunabhängig angenommen.

Die vorliegenden experimentellen Ergebnisse zeigen, daß die beobachteten Magnetowiderstandsoszillationen im untersuchten Temperaturbereich $2^{\circ}\text{K} \leq T \leq 77,4^{\circ}\text{K}$ vom SdH-Typ sind: Das SdH-Kriterium (I), $kT \ll E_F$, ist sehr gut erfüllt; (II), $\hbar\omega_c < E_F$, gilt sicher bis $B = 200$ kG. Kriterium (III a), $kT \ll \hbar\omega_c$, ist als Funktion von T oberhalb der aus dem Diagramm ablesbaren Werte der magnetischen Induktion erfüllt (z. B. für $T = 50^{\circ}\text{K}$ oberhalb $B = 5$ kG). Kriterium (III b), $\hbar/\tau_D \ll \hbar\omega_c$, trifft oberhalb $B = 25$ kG zu. Diese beiden Kriterien liefern gleichzeitig eine Erklärung dafür, daß im unteren Feldstärkebereich bis etwa $B = 20$ kG keine Oszillationen beobachtet werden konnten. Die an den Proben gemessene Abhängigkeit der Periodenlänge von der Ladungsträgerkonzentration stimmt mit Kriterium (IV) überein. Eine weitere Bestätigung ist die gute Übereinstimmung der gemessenen Temperaturabhängigkeit der Amplituden der Widerstandsoszillationen mit den für SdH-Oszillationen berechneten (Abb. 12).

Die entscheidenden Bedingungen für das Auftreten von GF-Oszillationen sind dagegen nicht erfüllt: Eine Kopplung zwischen optischen Phononen und Elektronen ist in Bi-Sb-Legierungen nur schwach vorhanden⁴. Geht man näherungsweise von der longitudinalen optischen Phononfrequenz für Bi bei $T = 75^{\circ}\text{K}$ aus ($\omega_0 = 2 \cdot 10^{13} \text{ sec}^{-1}$)⁷³, so ist das Kriterium (II), $\hbar\omega_c < \hbar\omega_0$, nach Abb. 18 nur unterhalb $B = 30$ kG erfüllt. Nach (III) sollten für $kT < \hbar\omega_c$ die Amplituden von GF-Oszillationen mit steigender Temperatur wachsen. Das steht im Gegensatz zum gemessenen Verhalten (s. Kap. 5.3.). Für die Periodenlängen sollte sich nach Gl. (49) ergeben:

$$R = \frac{e}{m_c \omega_0} = \begin{cases} 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ G}^{-1} & \text{bei Probe 116,} \\ 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ G}^{-1} & \text{bei Probe 114.} \end{cases}$$

Das heißt wegen der unterschiedlichen Zyklotronmassen sollten sich auch hier verschiedene große Periodenlängen ergeben. Diese näherungsweise berechneten Werte sind jedoch um mehr als einen Faktor 3 größer als die beobachteten (s. Tab. 2).

Damit sind in den Feldstärke- und Temperaturbereichen, in denen die Widerstandsoszillationen beobachtet wurden, nur die Bedingungen für den SdH-Effekt vollständig erfüllt. Insbesondere fehlt die für das Zustandekommen von Magneto-Phonon-Oszilla-

tionen unbedingt notwendige Voraussetzung $\hbar\omega_c < \hbar\omega_0$ oberhalb $B = 30$ kG.

5.7. De Haas-van Alphen-Oszillationen

Es liegt nahe, zur Bestätigung des SdH-Typs der Widerstandsoszillationen auch nach den entsprechenden Oszillationen in der magnetischen Suszeptibilität, dem dHvA-Effekt, zu suchen. Wie schon erwähnt, sollte sich die gleiche Periodenlänge [Gl. (9)] ergeben. LIFSHITZ und KOSEVITCH⁴³ haben die dHvA-Oszillationen für beliebige Fermi-Körper berechnet. Hier wird außer der Periodenlänge nur noch der Dingle-Faktor [$\exp\{-T_D \alpha(\omega_c)\}$] in der Amplitude zur Auswertung benötigt, der wie beim SdH-Effekt [Gl. (11)] auftritt.

Die Untersuchung wurde an einer zylinderförmigen Probe (d 12) mit 8 mm Länge und 3 mm Durchmesser aus der Nachbarschaft der Probe 114 senkrecht zur Wachstumsrichtung des Einkristalls (Abb. 2) vorgenommen. Die Probe befand sich in flüssigem Helium ($T = 4,2^{\circ}\text{K}$) mit binärer Achse parallel zum Magnetfeld.

Abbildung 19 a zeigt das Meßergebnis in einer Originalaufnahme. Der monotone Abfall am Ende ist auf unzureichende Kompensation in diesem Abschnitt zurückzuführen. Die Kurve ist gering von Rauschspannungen überlagert. Die für höhere Feldstärken zu erwartenden Oszillationen konnten nicht nachgewiesen werden, da für sie dM/dB zu klein ist, wie sich aus den entsprechenden SdH-Oszillationen der Probe 114 ergibt (Abb. 11 a). Aus dem gleichen Grund konnten die oberhalb $T = 10^{\circ}\text{K}$ zu erwartenden Oszillationen nicht beobachtet werden. Zwischen $T = 4,2^{\circ}\text{K}$ und $T = 10^{\circ}\text{K}$ kann in dem verwendeten Kryostaten die Temperatur nicht so konstant gehalten werden, wie es für einen Abgleich der beiden Induktionssignale erforderlich wäre.

In Abb. 19 b sind die reziproken Werte der magnetischen Induktion B , an denen dHvA-Extremwerte an Probe d 12 auftreten, in Abhängigkeit von den Quantenzahlen n dargestellt. Die Gerade ist der Messung des SdH-Effektes an Probe 114 entnommen (Abb. 10 b). Innerhalb der Meßgenauigkeit besteht gute Übereinstimmung, so daß sich für die Probe d 12 der gleiche Wert ergibt:

$$\text{dHvA-Periode } P = 9,06 \cdot 10^{-6} \text{ G}^{-1}. \quad (50)$$

Aus den vier größten Amplituden wurde die Dingle-Temperatur mit dem gleichen Verfahren bestimmt, wie bei den SdH-Oszillationen. Zusätzlich

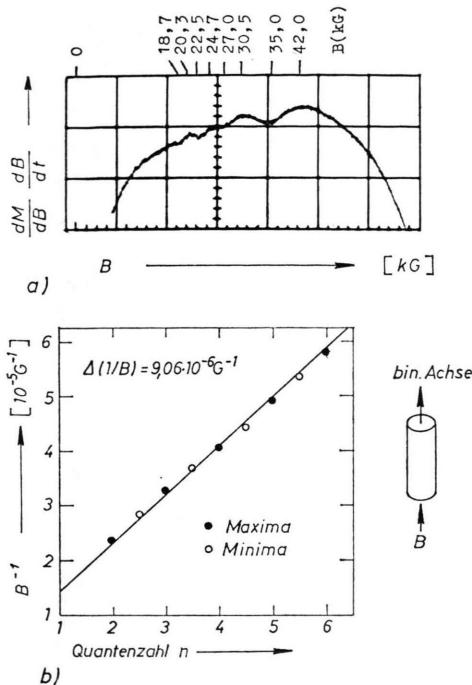


Abb. 19. DHvA-Effekt an $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Probe d 12) bei $T = 4,2 \text{ }^\circ\text{K}$.
a) Originalaufnahme des Meßsignals. b) Reziproke magnetische Induktion in Abhängigkeit von der Quantenzahl n . Punkte: dHvA-Effekt an Probe d 12. Gerade: SdH-Effekt an Probe 114 (aus Abb. 10).

wurde von der Näherung $(d\mathcal{B}/dt) = \cos t$ Gebrauch gemacht ($t \sim \text{Zeit}$). Das Ergebnis lautet:

$$\text{Dingle-Temperatur: } T_D = 23,7 \pm 3,2 \text{ }^\circ\text{K}, \quad (51)$$

$$\text{Dingle-Parameter: } \tau_D = 10,2 \cdot 10^{-14} \text{ s}. \quad (52)$$

Wie beim SdH-Effekt ist T_D sehr groß. Das kann als Bestätigung dafür angesehen werden, daß die hohen Werte von T_D bei den Widerstandoszillationen nicht durch eine während Strombelastung wachsende Joulesche Erwärmung der Proben hervorgerufen wurden. Für reines Bi liegt T_D in der Größenordnung von nur $1 \text{ }^\circ\text{K}$ ⁷⁴.

5.8. Zur Deutung der SdH-Oszillationen bei höheren Temperaturen

Es bleibt zu untersuchen, welche physikalischen Bedingungen es ermöglichen, daß die SdH-Oszillationen erstmals bei den hier untersuchten Substanzen bis zu der relativ hohen Temperatur von $T = 77,4 \text{ }^\circ\text{K}$ nachgewiesen werden konnten. Dabei ist ein Vergleich mit reinem Bi nützlich, an dem SdH- und dHvA-Oszillationen sehr ausgeprägt auftreten, doch bisher nicht oberhalb von $T \approx 30 \text{ }^\circ\text{K}$ beobachtet werden konnten.

Erstens ist hier die Bedingung großer Landau-Aufspaltung $\hbar \omega_c = eB/m_c$ gegenüber kleiner thermischer Verbreiterung der Landau-Niveaus sehr gut erfüllt (s. Abb. 18). Das liegt einerseits daran, daß wegen der gegenüber reinem Bi um etwa den Faktor 70 höheren Ladungsträgerkonzentrationen die Quantengrenze sehr hoch ist, die Oszillationen daher bis zu einem Wert der magnetischen Induktion von $B \approx 200 \text{ kG}$ auftreten, der um einen Faktor 5 höher liegt als bei Bi. Andererseits sind die Zyklotronmassen in binärer Richtung sehr klein und nur um einen Faktor 2 größer als bei reinem Bi ($m_{c1}^{(2)} = m_{c1}^{(3)} = 0,01 m_0$ ¹⁷), obwohl sich das hohe Fermi-Niveau wegen der Nichtparabolizität [Gl. (35)] auf eine Erhöhung der effektiven Masse gegenüber der Bandkante auswirkt. Begünstigend ist die in Kap. 2 erwähnte Zweibandwechselwirkung, die zu sehr kleinen effektiven Massen an der Bandkante führt. $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ liegt dabei nahe der günstigsten Zusammensetzung (s. Abb. 17).

Zweitens ist die Dämpfung der SdH-Oszillationen durch Streuung der Ladungsträger an den bei der hohen Te-Dotierung sicher vorliegenden ionisierten Störstellen überraschend gering, obwohl die Absolutwerte von T_D groß sind. Aufschluß über den vorherrschenden Streumechanismus kann man durch den Vergleich zweier Relaxationszeiten erhalten^{66, 75}. Die den elektrischen Widerstand betreffende Relaxationszeit τ_o ist ein Mittelwert über die gesamte Fermi-Fläche. Die in die Oszillationen des SdH-Effekts eingehende Relaxationszeit $\tau = \tau_D/2$ [s. Gl. (14)] mißt jedoch nur den Mittelwert der Lebensdauer der Zustände, die sich auf dem Rand des extremalen Querschnitts der Fermi-Fläche senkrecht zum Magnetfeld befinden.

Für den elektrischen Widerstand ist die Kleinwinkel-Streuung, wie sie bei Phonon-Streuung auftritt, relativ unwichtig, da ein Gewichtsfaktor $(1 - \cos \Theta)$ für die Stoßprozesse auftritt. Zur Stoßverbreiterung trägt jedoch jede Streuung gleichermaßen bei. Deshalb sollte im allgemeinen

$$\tau < \tau_o \quad (53)$$

sein, bei vorherrschender Phononstreuung

$$\tau \ll \tau_o \quad (54)$$

und bei Streuung an den statistisch verteilten Störstellen

$$\tau = \tau_o. \quad (55)$$

Tabelle 6 enthält die entsprechenden Relaxationszeiten für die beiden $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ -Proben 116 und 114,

soweit sie sich aus den gemessenen Größen berechnen lassen. Dabei wird von folgender Verknüpfung zwischen dem Beweglichkeitstensor (μ_{ik}) und dem inversen Tensor der effektiven Massen (a_{ik}) ausgegangen⁵⁵:

$$\mu_{ik} = e \tau_\varrho a_{ik}/m_0 . \quad (56)$$

a_{ik} ist definiert durch

$$\sum_j a_{ij} m_{jk} = \delta_{ik} m_0 , \quad (57)$$

δ_{ik} ist das Kronecker-Symbol und die Indizes i, j, k durchlaufen die Werte 1, 2, 3. Zusätzlich sind die aus der beobachteten Zyklotronmasse $m_{\text{cl}}^{(2)} = m_{\text{cl}}^{(3)}$ sich ergebende Relaxationszeit $\tau_{\varrho c}$ sowie das Verhältnis $\tau/\tau_{\varrho c}$ angegeben, die zur Diskussion von Streuprozessen oft herangezogen werden. Sie gelten für Strom und Magnetfeld parallel zur binären Achse.

Aus den Werten in Tab. 6 ergibt sich für τ_ϱ eine schwache Abweichung von der Isotropie in der gleichen relativen Größe, wie sie ZITTER⁵⁵ an reinem Bi bestimmt hat.

Ein Vergleich zwischen τ_ϱ und τ zeigt weiter, daß für alle Temperaturen

$$5 \tau \leqq \tau_\varrho \quad (58)$$

Tab. 6. Relaxationszeiten in Einheiten von 10^{-13} s für den elektrischen Widerstand⁷⁶ (τ_ϱ) und die SdH-Oszillationen (τ) an zwei verschiedenen dotierten $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ -Proben (aus den Meßwerten in Tab. 1, Tab. 2 und Tab. 3; * berechnet mit a_{ik} von Probe 114).

$\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ (Te-dotiert)	T [°K]	Probe 116	Probe 114
$(\tau_\varrho)_{11} = \mu_{11} m_0/e \alpha_{11}$	77,4 4,2	2,2* 3,3*	2,0 3,2
$(\tau_\varrho)_{22} = \mu_{22} m_0/e \alpha_{22}$	77,4 4,2	2,0* 2,2*	1,7 1,9
$\tau_{\varrho c} = \mu_{11} m_{\text{cl}}^{(2)}/e$	77,4 4,2	3,2 4,8	3,6 5,4
$\tau = \tau_D/2(B \text{bin.})$	4,2—77,4	0,33	0,35
$\tau/\tau_{\varrho c}$	4,2	0,069	0,065

ist. Das läßt im gesamten Temperaturbereich auf überwiegende Phonon-Streuung schließen und ist sehr überraschend, da wegen der hohen Te-Dotie-

rung von über 10^{19} Atomen/cm⁻³ zumindest bei $T = 4,2$ °K die Streuung an ionisierten Störstellen überwiegen sollte.

Diese Tatsache läßt einen Abschirmeffekt vermuten, wie ihn die Streutheorie von ROBINSON und RODRIGUEZ an ionisierten Störstellen in entarteten Halbleitern beschreibt⁷⁷. Danach kann die Streuung leichter Elektronen an solchen Störstellen durch schwere Elektronen abgeschirmt werden, wodurch sich eine Erhöhung der Hall-Beweglichkeit und der SdH-Amplituden ergibt. Das wurde z. B. in GaSb beobachtet, als man mit der Te-Dotierung einen solchen Wert erreichte, bei dem einige Zustände in einem benachbarten Band schwerer Elektronen besetzt waren. In undotiertem Bi und in $\text{Bi}_{88}\text{Sb}_{12}$ wurden von Esaki und Stiles weitere Bänder im Abstand von $E = 60$ meV und 135 meV bzw. 50 meV und 280 meV oberhalb des Fermi-Niveaus von Bi nachgewiesen⁷⁸. Es erscheint deshalb möglich, daß auch in dem hier untersuchten Te-dotierten $\text{Bi}_{95}\text{Sb}_5$ ein zusätzliches Band schwerer Elektronen etwas besetzt ist, wodurch sich die Lebensdauer der leichten Elektronen im L_o-Band erhöht.

Zusätzlich muß in Erwägung gezogen werden, inwieweit im vorliegenden Fall die hohen Magnetfeldstärken zu einem Abschirmmechanismus führen können (s. z. B.⁷⁹). Diese Fragestellung bedarf jedoch weiterer Untersuchungen.

Herrn Prof. Dr. E. JUSTI, Direktor des Instituts für Technische Physik, bin ich sehr dankbar für sein ständiges Interesse, für Diskussionen und für die zur Verfügung gestellten experimentellen Hilfsmittel.

Für Unterstützung bzw. Diskussionen danke ich auch den Herren Dr. L. BLIEK⁵², Dr. E. BRAUN⁵⁹, Dr. P. DRATH (alle PTB Braunschweig), Dr. P. KÄSTNER⁴⁶, Prof. Dr. G. LANDWEHR (Universität Würzburg), Dr. J. G. MAVROIDES (MIT, Lincoln Laboratory, Lexington, USA), Dr. R. KRUSE⁴⁸, Dipl.-Phys. W. LEHNEFINKE und Prof. Dr. G. SCHNEIDER (alle TU Braunschweig). Herrn H. J. ENGELMANN danke ich für technische Assistenz und für die Anfertigung des Kryostaten.

Dem Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft bin ich für die Gewährung eines Stipendiums dankbar.

⁷ S. MASE, J. Phys. Soc. Japan **13**, 434 [1958]; **14**, 584 [1959].

⁸ L. R. WINDMILLER, Phys. Rev. **149**, 472 [1966].

⁹ S. J. FREEDMAN u. H. J. JURETSCHKE, Phys. Rev. **129**, 109 [1963].

¹⁰ T. OKADA, J. Phys. Soc. Japan **12**, 1327 [1957].

¹¹ M. H. COHEN, Phys. Rev. **121**, 387 [1961].

¹² R. D. BROWN, R. L. HARTMANN u. S. H. KOENIG, Phys. Rev. **172**, 598 [1968].

¹ R. WOLFE u. G. E. SMITH, Appl. Phys. Lett. **1**, 5 [1962].

² M. Y. AZBEL' u. N. B. BRANDT, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **48**, 1206 [1965] (Sov. Phys.-JETP **21**, 804 [1965]).

³ D. SCHNEIDER, Solid State Comm. **7**, 1167 [1969].

⁴ H. J. GOLDSMID, Phys. Stat. Sol. (a) **1**, 7 [1970].

⁵ D. SCHNEIDER, Dissertation, Technische Universität Braunschweig 1969.

⁶ N. B. BRANDT u. E. A. SVISTOVA, J. Low Temp. Physics **2**, 1 [1970].

- ¹³ W. S. BOYLE u. G. E. SMITH, Progress in Semiconductors, Vol. 7, Heywood and Co., London 1963, p. 3.
- ¹⁴ A. C. BEER, Galvanomagnetic Effects in Semiconductors, Solid State Physics, Supplement 4, Academic Press, New York 1963.
- ¹⁵ S. H. KOENIG, A. A. LOPEZ, D. B. SMITH u. J. L. YAMELL, Phys. Rev. Letters **20**, 48 [1968].
- ¹⁶ A. L. JAIN u. S. H. KOENIG, Phys. Rev. **127**, 442 [1962].
- ¹⁷ Y. H. KAO, Phys. Rev. **129**, 1222 [1963].
- ¹⁸ Konzentrationsangaben erfolgen in dieser Arbeit in Atom-Prozent.
- ¹⁹ M. R. ELETT, R. B. HORST, L. R. WILLIAMS u. K. F. CUFF, J. Phys. Soc. Japan, Suppl. **21**, 66 [1966].
- ²⁰ G. A. ANTCLIFFE, Phys. Lett. **28 A**, 601 [1969].
- ²¹ A. L. JAIN, Phys. Rev. **114**, 1518 [1959].
- ²² M. R. ELETT, R. B. HORST, L. R. WILLIAMS u. K. F. CUFF, J. Phys. Soc. Japan Suppl. **21**, 66 [1966].
- ²³ L. S. LERNER, K. F. CUFF u. L. S. WILLIAMS, Rev. Mod. Phys. **40**, 770 [1968].
- ²⁴ S. GOLIN, Phys. Rev. **176**, 830 [1968].
- ²⁵ E. J. TICHOVOLSKY u. J. G. MAVROIDES, Solid State Comm. **7**, 927 [1969].
- ²⁶ D. SHOENBERG, Proc. Roy. Soc. London A **170**, 341 [1939]; (b) Progress in Low Temperature Physics, Vol. **2**, p. 226, Amsterdam 1957.
- ²⁷ B. LAX, Bull. Amer. Soc. **5**, 1967 [1960].
- ²⁸ G. A. ANTCLIFFE, Phys. Lett. **28 A**, 601 [1969].
- ²⁹ N. B. BRANDT, L. G. LYUBUTINA u. N. A. KRYUKOVA, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **53**, 134 [1967] (Sov. Phys.-JETP **26**, 93 [1968]).
- ³⁰ S. GOLIN, Phys. Rev. **166**, 643 [1968]; **149**, 472 [1966].
- ³¹ R. J. DINGER u. A. W. LAWSON, Phys. Rev. **B 1**, 2418 [1970].
- ³² H. T. CHU u. Y. H. KAO, Phys. Rev. **B 1**, 2369 [1970].
- ³³ R. N. BHARGAVA, Phys. Rev. **156**, 785 [1967].
- ³⁴ G. E. SMITH, Phys. Rev. Letters **9**, 487 [1962].
- ³⁵ L. C. HEBEL u. G. E. SMITH, Phys. Lett. **10**, 273 [1964].
- ³⁶ Y. H. KAO, R. D. BROWN u. R. L. HARTMAN, Phys. Rev. **136**, A 858 [1964].
- ³⁷ T. FUKUROI, Y. MUTO, Y. SAITO, K. TANAKA u. T. FUKASE, Sci. Rep. Res. Insts. Tohoku Univ. (Japan), Suppl. **A 18**, 418 [1966].
- ³⁸ A. H. KAHN u. H. P. FREDERIKSE, Solid State Phys. **9**, 257 [1959].
- ³⁹ E. N. ADAMS u. T. D. HOLSTEIN, J. Phys. Chem. Solids **10**, 254 [1959].
- ⁴⁰ R. KUBO, S. J. MIJAKE u. N. HASHITSUME, Solid State Phys. **17**, 270 [1965].
- ⁴¹ L. M. ROTH u. P. N. ARGYRES, Semiconductors and Semimetals, Vol. **1**, p. 159, Academic Press, New York 1966.
- ⁴² Siehe Zitat ⁴¹, Gl. (76).
- ⁴³ I. M. LIFSHITZ u. A. M. KOSEVITCH, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **29**, 730 [1955] (Sov. Phys.-JETP **2**, 636 [1956]).
- ⁴⁴ R. B. DINGLE, Proc. Roy. Soc. London A **211**, 517 [1952].
- ⁴⁵ A. D. BRAILSFORD, Phys. Rev. **149**, 456 [1966].
- ⁴⁶ Herrn Dr. P. KÄSTNER, Universität Würzburg, danke ich dafür, daß er mir diesen Kristall zur Verfügung gestellt hat.
- ⁴⁷ R. KRUSE, private Mitteilung.
- ⁴⁸ Für die Durchführung dieser Analyse danke ich Herrn Dr. R. KRUSE, Technische Universität Braunschweig.
- ⁴⁹ K. AUCH, Dissertation, TH Braunschweig 1963.
- ⁵⁰ E. JUSTI u. K. AUCH, Z. Naturforsch. **18 a**, 767 [1963].
- ⁵¹ D. SCHNEIDER u. J. SALGE, Z. Angew. Physik **31**, 346 [1971].
- ⁵² L. BLIEK, Dissertation, Technische Universität Braunschweig 1969. Herrn Dr. L. BLIEK danke ich für die Mitteilung seiner experimentellen Anordnung vor der Veröffentlichung.
- ⁵³ J. A. SWANSON, Phys. Rev. **99**, 1799 [1955].
- ⁵⁴ I. LIFSHITZ, M. AZBEL u. M. KAGANOV, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **30**, 220 [1955] (Sov. Phys.-JETP **3**, 143 [1956]).
- ⁵⁵ R. N. ZITTER, Phys. Rev. **127**, 1471 [1962].
- ⁵⁶ B. H. SCHULTZ u. J. M. NOOTHOVEN VAN GOOR, Philips Res. Repts. **19**, 103 [1964].
- ⁵⁷ D. M. BROWN u. S. J. SILVERMAN, Phys. Rev. **136**, A 290 [1964].
- ⁵⁸ In Zitat ³, Tab. 1, muß es richtig heißen: $B \perp$ bin. axis, $\mu_1 [10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}]$.
- ⁵⁹ Herrn Dr. E. BRAUN, PTB Braunschweig, danke ich für die Ausführung dieser Rechnungen mit einem von ihm entwickelten Programm auf der dortigen Anlage Siemens 4004/55.
- ⁶⁰ M. H. COHEN u. E. I. BLOUNT, Phil. Mag. **5**, 115 [1960].
- ⁶¹ J. E. KUNZLER, F. S. L. HSU u. W. S. BOYLE, Phys. Rev. **128**, 1084 [1962].
- ⁶² J. KETTERSON u. Y. ECKSTEIN, Phys. Rev. **132**, 1885 [1963].
- ⁶³ P. DRAHT, Z. Naturforsch. **23 a**, 1146 [1968].
- ⁶⁴ Zitat ³⁸, S. 278.
- ⁶⁵ R. N. BROWN, J. G. MAVROIDES u. B. LAX, Phys. Rev. **129**, 2055 [1963].
- ⁶⁶ V. L. GUREVICH u. YU. A. FIRSOV, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **40**, 198 [1961]; **47**, 734 [1964] (Sov. Phys.-JETP **13**, 137 [1961]; **14**, 367 [1962]; **20**, 489 [1965]).
- ⁶⁷ M. I. KLINGER, Fiz. Tverdogo Tela **3**, 1842 [1961] (Sov. Phys.-Solid State **3**, 974 [1961]).
- ⁶⁸ S. M. PURI u. T. H. GEBALLE, Bull. Amer. Soc. **8**, 309 [1963].
- ⁶⁹ YU. A. FIRSOV, V. L. GUREVICH, R. V. PARFENIEV u. S. S. SHALYT, Phys. Rev. Letters **12**, 66 [1964].
- ⁷⁰ V. V. BRYKSIN, Fiz. Tverdogo Tela **9**, 232 [1967] (Sov. Phys.-Solid State **9**, 171 [1967]).
- ⁷¹ A. L. ÉFROS, Fiz. Tverdogo Tela **3**, 2079 [1962] (Sov. Phys.-Solid State **3**, 2079 [1962]).
- ⁷² V. L. GUREVICH, YU. A. FIRSOV u. A. L. ÉFROS, Fiz. Tverdogo Tela **4**, 1813 [1962] (Sov. Phys.-Solid State **4**, 1331 [1963]).
- ⁷³ J. L. YARNELL, J. L. WARREN, R. G. WENZEL u. S. H. KOENIG, IBM J. Res. Develop. **8**, 234 [1964].
- ⁷⁴ R. D. BROWN III, Phys. Rev. **B 2**, 928 [1970].
- ⁷⁵ D. SHOENBERG, Phys. kondens. Materie **9**, 1 [1969].
- ⁷⁶ In Zitat ³, Tab. 1, muß es richtig heißen: $\tau_\varrho [10^{-13} \text{ s}]$.
- ⁷⁷ J. E. ROBINSON u. S. RODRIGUEZ, Phys. Rev. **135**, A 779 [1964]; **137**, A 663 [1965].
- ⁷⁸ L. ESAKI u. P. J. STILES, Phys. Rev. Letters **16**, 574 [1966].
- ⁷⁹ N. J. HORING, Ann. Physics **54**, 405 [1969].